

Mémoire présenté le :

**Pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : **Xavier COMPAGNONI**

Titre :

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présents du jury de
l'Institut des Actuaires*

signature *Entreprise :*

Nom : **Actuelia**

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : **David Fitouchi**

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de
mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai
de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise


SAS ACTUELIA
51 Rue Reinequin
75017 PARIS
SAS au capital de 30 000 €
R.C.S. Nanterre 795 239 151
TVA Intracom. : FR 40 795239151

Signature du candidat



Pilotage technique de la PRC en assurance des emprunteurs



Résumé

Les diverses évolutions réglementaires en assurance des emprunteurs ont rendu possible les délégations d'assurance pour les particuliers. Ces nouvelles réformes ont intensifié la concurrence et relancé l'intérêt pour ce marché, qui était jusque-là réservé aux bancassureurs.

L'objectif de la provision pour risques croissant (PRC) est de prendre en compte le décalage entre le risque assuré et la prime perçue. La constitution de cette provision est obligatoire en normes Solvabilité 1. Cette provision permet de lisser les résultats dans le temps, ce qui influe le déroulé du résultat technique d'un assureur. Cela vient donc impacter la rentabilité des contrats emprunteurs dans le temps.

Aujourd'hui, il existe plusieurs choix de mutualisation possibles des PRC étant donné l'absence de cadre réglementaire strict sur le sujet. De plus, pour un même contrat en fonction de la méthode de tarification retenue, le montant de la PRC peut varier. Par conséquent, pour un portefeuille d'assurés, différents déroulés de résultats techniques peuvent être obtenus en fonction des méthodologies de calcul retenues. Ainsi, il convient de se demander : quels sont les impacts des méthodologies de calcul des PRC dans les contrats emprunteurs ?

Dans ce mémoire, diverses études de sensibilité sur les PRC et les déroulés de résultats techniques ont été réalisées pour répondre à cette question. L'objectif final est d'apporter un éclairage sur les conséquences actuarielles et financières des différentes méthodologies de calcul de la PRC observées sur le marché.

Mots clés

Assurance emprunteur, tarification, provision pour risques croissants, risque décès, risque arrêt de travail
modélisation, agrégation, sensibilité, mutualisation, compte de résultat.

Abstract

Numerous creditor insurance reforms have made possible to delegate insurance to people. These new reforms have intensified competition and reflatated interest in this market which until then had only been reserved to bank insurers.

However, because there is a gap between the insured risk and the premium received, the insurer makes a provision: the unexpired risk reserve (URR). Moreover, this provision's constitution is binding with an accounting approach: Solvency 1 standard. This provision smooths the results over time and influences the insurer's technical result. Therefore, it impacts over time the profitability of borrower contracts.

Nowadays, and because of the lack of the regulation there are several pooling choices regarding URR. Thus, for the same contract depending on the pricing method used the URR's amount may vary. Moreover, for a same insurance portfolio, different technical results or different calculational methodologies can lead to a different technical result. In fact, we can wonder what impacts have these calculational methodologies when it comes to calculate URR in borrowing contracts.

Various sensitivity studies on URR and technical results have been performed to answer this question. The final objective is to highlight the actuarial and financial consequences observed on the market of these URR calculational methods.

Remerciements

Dans le cadre de ce mémoire, je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement tous les collaborateurs du cabinet Péricle's et notamment Denis Bourgeois pour sa bienveillance et son accueil, Guerric Bras pour son encadrement et son soutien sans faille ainsi que Aurélie Treilhou pour m'avoir orienté vers ce sujet et fait confiance en m'ouvrant les portes du groupe de travail de l'Institut des actuaires.

Enfin, j'adresse mes remerciements à David Fitouchi, associé du Cabinet Actuelia pour sa contribution dans l'élaboration de ces travaux.

Je remercie les membres du groupe de travail sur l'assurance emprunteur piloté par Vincent ROGER que je remercie pour sa bienveillance. Ce mémoire doit beaucoup à Jean-Christophe DUCROS pour les échanges autour des maquettes ainsi qu'à Gilles MARET pour les discussions autour des textes réglementaires.

Je voulais également remercier mes camarades d'école : Alan K, Clara F, Noémie R, Simon B, Léonard J, Pablo G, Antonin S, Aurélie A et plus particulièrement Élie J pour leur soutien lors de mes merveilleuses années à l'ISFA.

Ce mémoire doit beaucoup au corps enseignant de l'ISFA pour la grande qualité des enseignements qu'ils dispensent. Et plus spécialement à Xavier MILHAUD pour ses conseils avisés lors de la réalisation de ce mémoire.

Table des matières

Résumé	3
Mots clés	4
Abstract	5
Remerciements	6
Introduction	9
L'assurance emprunteur	11
1.1 Le cadre des contrats	11
1.1.1 Définition d'un contrat emprunteur	11
1.1.2 Les garanties en assurance emprunteurs.....	11
1.1.3 Les exclusions et franchises présentes dans les contrats emprunteurs.....	12
1.2 Les récentes évolutions règlementaires	13
1.3 La méthode de remboursement des prêts	13
1.4 Le marché de l'assurance emprunteur	14
L'approche technique d'un contrat emprunteur	15
1.5 Les provisions techniques	15
1.5.1 Définition des provisions pour risques croissants	15
1.5.2 Cadre juridique actuel des PRC	15
1.6 Le rachat d'un contrat emprunteur	16
1.7 Les notations utilisées	17
1.7.1 Les probabilités de décès.....	17
1.7.2 Les probabilités en arrêt de travail	18
1.7.3 Les probabilités de rachat	19
1.7.4 Les paramètres du prêt	20
1.8 La tarification et le provisionnement sur une tête	20
1.8.1 La partie décès	20
1.8.2 La partie arrêt de travail	21
1.8.3 Ajout des lois de rachat.....	22
1.8.4 Calcul des primes.....	23
1.8.5 Les provisions pour risques croissant.....	23
1.9 Modélisation	25
1.10 Synthèse	26
Présentation des modèles	27
1.11 Présentation de l'étude de 1999 de la FFSA	27
1.12 Méthode d'agrégation	28
1.12.1 Le calcul du taux de prime global	28
1.12.2 Méthode d'agrégation des primes et des PRC	30
1.12.3 La pondération et l'agrégation des indicateurs	33
1.13 Présentation des procédures de mutualisation des provisions	35
1.14 Les modèles utilisés	35
1.15 Présentation des paramètres	36
1.15.1 La distribution des âges	36
1.15.2 La distribution initiale des durées de prêt	38

1.15.3	Les hypothèses de rachat de prêt	39
1.15.4	Les paramètres de sinistralité.....	40
1.15.5	Les paramètres des prêts.....	41
1.16	Synthèse	42
Études de sensibilité des provisions pour risques croissants et du taux de prime.....		43
1.17	Étude de sensibilité pour le risque décès	43
1.17.1	Les hypothèses.....	43
1.17.2	Les résultats.....	44
1.17.3	Études de sensibilité	44
1.17.4	Exemple sur une tête	47
1.18	Sensibilité pour le risque arrêt de travail.....	50
1.18.1	Les hypothèses.....	50
1.18.2	Les résultats.....	50
1.18.3	Études de sensibilité pour le risque arrêt de travail	51
1.18.4	Exemple sur une tête	55
1.19	Synthèse	58
Simulation d'un compte de résultat		59
1.20	Présentation du compte de résultat.....	60
1.20.1	Le compte de résultat technique sur une tête.....	60
1.21	Compte de résultat sur une tête.....	62
1.21.1	Les paramètres du prêt sur une tête.....	62
1.21.2	Pour la partie décès	63
1.21.3	Pour la partie arrêt de travail	65
1.21.4	Compte commun pour la garantie arrêt de travail et la garantie décès	67
1.22	Calcul avec l'ensemble du portefeuille.....	71
1.22.1	Méthode d'agrégation pour le compte de résultat.....	71
1.22.2	Pour la partie décès	74
1.22.1	Pour la partie arrêt de travail	75
1.22.2	Compte de résultat pour les deux garanties	76
1.23	Développement.....	83
1.23.1	Quels prêts engendrent des PRC.....	83
1.23.2	Les indicateurs de rentabilités	83
1.23.3	Ajout de paramètres réels	83
1.24	Synthèse	84
Conclusion générale		85
Annexe.....		87
Bibliographie.....		98
Table des figures		99
Table des tableaux		100

Introduction

Selon un sondage *Harris interactive*, 88 % des Français souhaitent être propriétaires de leur logement. Les raisons sont nombreuses : assurer son avenir, constituer un patrimoine, personnaliser son environnement, etc. De plus, en cette période de taux bas, de nombreux jeunes actifs se lancent dans l'achat d'une résidence principale.

Le fait de devenir propriétaire impose toutefois de nombreuses contraintes : un emploi stable, des mensualités de prêts inférieures au tiers du revenu mensuel net, un apport initial et de trouver une assurance emprunteur adaptée à ses besoins. Le coût de cette assurance est assez important. En effet, il représente en moyenne 30 % des frais (assurance emprunteur et intérêts) d'un emprunt, selon le site « Meilleur taux ».

Constatant un ratio S/P^1 très favorable (50 %)², sur le marché de l'assurance emprunteur, les pouvoirs publics ont mis en place une série de réformes pour favoriser la délégation d'assurance et ainsi rendre les tarifs plus intéressants pour les consommateurs.

Ces réformes successives ont permis l'intensification de la concurrence sur le marché de l'assurance emprunteur. Lors de la conception d'un produit emprunteur, les assureurs utilisent diverses méthodes et paramètres de tarification. Chaque méthode de tarification possède des avantages et des inconvénients sur le plan commercial et technique. Selon la méthode et les paramètres de tarification retenues, un décalage peut apparaître entre le risque assuré et le montant de la prime perçue par l'assureur. C'est ce décalage qui justifie l'existence de la provision pour risques croissants, notée « PRC ». En tant que provision, elle est inscrite au passif des compagnies d'assurance. Par conséquent, les PRC modifient la rentabilité dans le temps des assureurs.

Les risques présents dans les contrats emprunteurs et qui sont analysés dans ce mémoire sont le risque décès et le risque arrêt de travail. Afin d'affiner les analyses, une distinction entre la PRC du risque arrêt de travail et de la PRC pour le risque décès a été effectuée. Par ailleurs, la PRC décès est usuellement comptabilisée dans la provision mathématique (PM) en vie. La dénomination « PRC décès » constitue donc un abus de langage. Toutefois cela permet de réduire le risque de confusion entre la PM classique qui est constituée des indemnités à verser pour les sinistres déjà survenus et la provision pour risques croissants pour la partie décès qui est étudiée dans ce mémoire. La constitution des PRC est obligatoire selon l'article R 331-6 du code des assurances.

La réglementation relative au calcul de la PRC laisse une large part à l'interprétation. En effet, les règles à retenir concernant les procédures de mutualisation des résultats ne sont pas précisées. De plus, il n'y a pas de position officielle de la part de l'ACPR³ et des commissaires aux comptes. Dans ce mémoire, plusieurs études de sensibilité montreront que pour un portefeuille d'assurés donné, différents choix de tarification, d'hypothèses de calculs, et de mutualisation des résultats peuvent induire des résultats techniques différents. Ces différences méthodologiques compliquent la comparaison des résultats techniques des différents acteurs du marché de l'assurance emprunteur.

¹ Le S/P correspond à la division entre ce que l'assureur paie en prestation de sinistre et ce qu'il touche comme prime pure. Un ratio inférieur à un signifie que l'assureur est techniquement en bénéfice.

² Source : Rapport de l'IGF n-2013-M-086-02

³ ACPR Autorité de Contrôle prudentiel et de Résolution, est l'organisme chargé de la surveillance de l'activité des banques et des compagnies d'assurance.

Les questions suivantes se posent : comment les provisions pour risques croissants doivent-elles être calculées ? Quel niveau de mutualisation doit être appliqué aux PRC ? Quels sont les impacts des méthodes de tarification et de mutualisation des PRC sur le résultat technique d'un organisme d'assurance ? Comment le résultat technique évolue-t-il sur la durée du contrat ?

L'objectif de ce mémoire est d'estimer puis d'analyser les impacts sur la PRC des paramètres de sinistralité, des différentes méthodes de tarification, de différents choix d'hypothèses de calculs et de mutualisation des PRC. Une analyse sera également effectuée sur l'impact des PRC sur le compte de résultat technique en fonction des méthodes retenues et hypothèses de tarification.

Les méthodes de tarification et de provisionnement qui sont analysées dans ce mémoire sont représentatives du marché de l'assurance emprunteur en France.

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre d'un groupe de travail de l'Institut des Actuaire. Une grande partie des études techniques a été réalisée dans ce contexte. Un des objectifs consiste à actualiser une étude de 1999 de la FFSA⁴ portant sur les PRC d'un portefeuille emprunteur.

Toutefois, en vingt ans, les pratiques commerciales du marché ont changé. Le cadre juridique a également évolué accordant aujourd'hui le droit à la délégation d'assurance.

L'objectif de ce mémoire est de modéliser l'évolution des provisions pour risques croissants sur la durée de vie du contrat en fonction des méthodes de tarification des contrats, des procédures de mutualisation et du choix des paramètres de calculs.

La finalité du mémoire n'est pas de produire un guide de bonne pratique, mais de présenter des études de sensibilités afin de contribuer à la réflexion d'un point de vue actuariel.

⁴ FFSA Fédération Française des sociétés d'Assurance, renommé FFA en 2019 Fédération Française d'assurance est le principal organisme de représentation professionnelle des entreprises d'assurance en France.

L'assurance emprunteur

Selon le code de la consommation, il existe quatre catégories de crédits : les prêts immobiliers, les prêts à la consommation, les prêts professionnels et les crédits-bails. Ce mémoire porte sur les prêts immobiliers souscrits par un seul emprunteur. Afin de fixer le cadre général du mémoire, les éléments suivants sont précisés :

- Le cadre des contrats : définition, garanties, exclusions et franchises ;
- Les récentes évolutions règlementaires ;
- La méthode de remboursement des prêts retenue ;
- Le marché de l'assurance emprunteur.

1.1 Le cadre des contrats

1.1.1 Définition d'un contrat emprunteur

L'assurance emprunteur garantit la prise en charge par un organisme d'assurance de tout ou partie du capital restant dû ou des mensualités du prêt, à la suite d'un aléa de la vie.

Cette assurance permet de couvrir le prêteur qui sera remboursé en cas de réalisation du risque et le souscripteur qui n'aura pas à verser de mensualités alors qu'il est dans l'impossibilité de le faire. L'assurance emprunteur peut être demandée par le prêteur.

1.1.2 Les garanties en assurance emprunteurs

Les garanties usuellement couvertes par les contrats emprunteurs sont le décès, l'arrêt de travail et la perte d'emploi. Dans ce mémoire, seules les garanties décès et arrêt de travail sont étudiées.

La garantie décès : lorsque le décès de l'assuré survient, l'organisme d'assurance verse à la banque le capital restant dû du prêt.

La garantie arrêt de travail comprend les risques d'incapacité et d'invalidité. Cette garantie cherche à compenser les conséquences de maladie ou d'accident portant de manière temporaire ou permanente sur la possibilité d'exercer une activité professionnelle ou l'intégrité physique ou mentale.

- **L'incapacité** concerne une situation temporaire (inférieure à 3 ans) pendant laquelle l'assuré ne peut exercer pleinement ou partiellement une activité rémunérée. Ce risque est généralement décliné de la façon suivante :
 - L'incapacité temporaire totale (ITT) est une situation dans laquelle l'assuré se voit dans l'impossibilité d'effectuer une activité rémunérée, sur une durée inférieure à 1095 jours, soit 3 ans, l'assureur prend alors en charge les mensualités dans la limite fixée par la quotité.
 - L'incapacité temporaire partielle (ITP) est définie lorsque la personne exerce une activité à temps partiel. L'assureur prend alors en charge les mensualités à hauteur de 50 %.
- **L'invalidité** correspond à la situation dans laquelle un individu perd au moins les 2/3 de sa capacité de travail par suite d'un accident non professionnel. Ce risque est généralement décliné de la façon suivante :
 - Invalidité permanente totale (IPT) lorsqu'un assuré se retrouve dans l'incapacité d'exercer une activité rémunératrice à la suite d'un accident ou une maladie. L'assureur prend en charge les mensualités dans la limite de la quotité. Cette situation correspond au taux d'invalidité de la sécurité sociale au-delà de 66 % et inférieure à 99,9 %. Le taux est évalué après consolidation de l'état de santé de l'assuré.

- Invalidité permanente partielle (IPP) lorsque l'emprunteur se retrouve dans l'impossibilité d'exercer l'activité rémunérée précisée sur le contrat (la profession de l'assuré à la signature du contrat) mais qu'une activité professionnelle reste possible. Par conséquent, l'assureur rembourse une part des mensualités proportionnelle au taux d'invalidité et dans la limite de la quotité. Le taux d'invalidité de la Sécurité sociale doit être compris entre 33 % et 66 % pour faire jouer la garantie.

La réalisation de chaque garantie doit être assermentée par un médecin.

1.1.3 Les exclusions et franchises présentes dans les contrats emprunteurs

1.1.3.1 Les exclusions légales

Certaines exclusions proviennent du code des assurances : les conséquences de guerre, d'émeutes, d'actes terroristes, d'explosions nucléaires, de sabotages, les faits volontaires de l'assuré (délit, crime, fraude, etc.) sont exclus. Le suicide n'est également pas indemnisé lors de la première année de prêts sauf si l'emprunt est inférieur à 120 000 euros et qu'il concerne la résidence principale comme le précise l'article R.132-5 du code des assurances.

1.1.3.1 Les franchises

La garantie arrêt de travail est généralement associée à une franchise comprise entre 15 et 90 jours. Une franchise correspond au délai à la suite de la survenance du sinistre pendant lequel l'assuré n'est pas indemnisé. Par exemple, si l'assuré choisit une franchise de 30 jours il ne sera indemnisé qu'à partir du 31^e jour suivant la survenance du sinistre.

1.1.3.2 Les exclusions propres aux assureurs

En fonction des assureurs, des âges limites s'appliquent à chaque garantie : au-delà d'un certain âge, les assurés ne sont plus couverts. Les âges limites sont généralement compris entre 65 et 70 ans et sont fixés librement par les assureurs. Toutefois, ces âges pourraient être amenés à évoluer du fait de l'allongement de la durée de vie active et de l'espérance de vie en bonne santé.

Par ailleurs l'assureur peut inclure certaines exclusions notamment pour les métiers et sports à risque (parachute, escalade, saut à l'élastique), les sports professionnels et dangereux sont également exclus. D'autres cas font l'objet de restriction : séjours à l'étranger, participation à des tentatives de record.

Enfin, selon la FFA⁵ le Covid-19, est traité comme toutes autres maladies par les organismes d'assurance, il ne fait donc pas l'objet d'une question spécifique pour la sélection médicale. De plus, sous réserve que le contrat n'exclut pas les causes de pandémie, les garanties décès et arrêt de travail ne sont pas exclues en cas de sinistre lié au Covid-19 selon l'argus de l'assurance⁶. Cependant, le chômage partiel n'est pas indemnisé.

⁵ FFA Fédération Française de l'assurance

⁶ Article paru dans l'argus de l'assurance le 15/04/2020, « Coronavirus : l'assurance emprunteur relativement épargnée par la crise »

1.2 Les récentes évolutions règlementaires

Trois réformes majeures se sont succédées depuis 2010, toutes ayant pour objectif de permettre aux emprunteurs de changer d'assurance plus facilement et ainsi de réaliser des économies.

- La loi Lagarde promulguée en 2010, donne la possibilité de choisir une assurance emprunteur différente de celle de l'organisme émetteur de crédit lors de la signature du contrat. *Loi 2010-737 du 1^{er} juillet 2010*.
- La loi Hamon entrée en application en juillet 2014, permet au consommateur de changer d'assurance emprunteur dans un délai de douze mois à la suite de la signature du contrat. *Loi n° 2014-344 du 17 mars 2014*. Il faut toutefois respecter un préavis de quinze jours avant la date anniversaire de la signature du contrat.
- L'amendement Bourquin, entré en vigueur en février 2017, donne la possibilité de résilier chaque année à la date anniversaire un contrat d'assurance emprunteur. *Ordonnance n°2017-1433 du 4 octobre 2017 - art. 3*. Le préavis à respecter est de deux mois avant la date anniversaire.

Enfin en 2020, un projet de loi sur la résiliation infra-annuelle en assurance emprunteur donnant la possibilité à l'assuré de changer d'assurance à n'importe quel moment a été soumis au parlement. Cependant, ce projet a été rétorqué par une commission mixte (Sénat et parlement).

1.3 La méthode de remboursement des prêts

Il existe plusieurs méthodes de remboursement des prêts : amortissement constant, in fine et annuité constante. La méthode retenue dans ce mémoire est celle des annuités constantes : l'emprunteur rembourse chaque année la même somme.

Afin de planifier le remboursement d'un emprunt, l'organisme de crédit va transmettre à l'emprunteur le tableau d'amortissement du prêt. Le prêteur a pour obligation de préciser le nombre d'échéances, les intérêts et le capital remboursé. Dans notre cas, le capital restant dû est également précisé.

Pour le remboursement d'un prêt d'un montant initial C_0 , d'une durée initiale de N années ; au taux d'intérêt i , le montant de l'annuité constante est obtenu de la façon suivante :

$$a = \frac{C_0 \times i}{1 - (1 + i)^{-N}}$$

Le capital restant dû à la période j , est noté CRD_j , les intérêts de la période j sont notés i_j . Ces paramètres sont calculés à chaque période de la façon suivante :

- $i_j = CRD_j \times i$
- $CRD_j = CRD_{j-1} - a + i_{j-1}$

Le tableau d'amortissement associé à ces paramètres est le suivant :

	0	1	2	j	N
Capital restant dû	CRD_0	$CRD_0 - a + i_0$	$CRD_1 - a + i_1$	$CRD_{j-1} - a + i_{j-1}$	$CRD_{N-1} - a + i_{N-1}$
Intérêt	$CRD_0 \times i$	$CRD_1 \times i$	$CRD_2 \times i$	$CRD_j \times i$	$CRD_N \times i$
Annuité	a	a	a	a	a
Amortissement	$a - i_0$	$a - i_1$	$a - i_2$	$a - i_j$	$a - i_N$

Tableau 1. Exemple de tableau d'amortissement

1.4 Le marché de l'assurance emprunteur ⁷

Les acteurs présents sur le marché de l'assurance emprunteur sont :

- **Les assurés** qui souscrivent à l'assurance ;
- **Les organismes d'assurance** -les assureurs et mutuelles- qui couvrent les prêts ;
- **Les courtiers** qui, dans certains cas, font l'intermédiaire.

Le marché total -le montant des primes émises- est estimé à 6,9 milliards d'euros en 2019, pour un résultat technique de 1,2 milliard d'euros. De plus, le marché de l'assurance de prêt est en constante augmentation depuis 2013 (+ 13 % entre 2013 et 2019). L'encours total des prêts atteint 1163 milliards d'euros en 2018, pour 180 milliards d'euros de prêts octroyés en 2018.

Le montant total des primes d'assurance emprunteur s'explique à 71 % par la garantie décès (clause obligatoire pour les contrats d'assurance emprunteur), à 27 % par la garantie incapacité-invalidité et par 2 % pour les garanties pertes d'emplois.

En termes de parts de marché, en 2017, 88 % des contrats d'assurance emprunteur sont détenus par des établissements de crédit (CNP, CA, ACM, BNP, SG, Natixis) et 12 % par délégation de crédit. En 2019 avec les premiers effets des lois Hamon et Bourquin, les établissements de crédit ont vu leur part de marché passer à 80 % et les néo assureurs à 20 %.

⁷ Source : étude de la FFA sur l'assurance emprunteur en 2019

L'approche technique d'un contrat emprunteur

Afin de calculer les primes et les PRC d'un contrat emprunteur, les notions suivantes sont explicitées :

- Le cadre légal des PRC ;
- Les rachats des contrats emprunteurs ;
- Les notations utilisées pour la tarification et le provisionnement.

1.5 Les provisions techniques

En assurance, afin de faire face aux sinistres futurs les organismes d'assurance constituent des réserves financières, ces réserves sont appelées les provisions techniques. Elles peuvent être considérées comme la dette probable de l'assureur vis-à-vis de ses assurés. Les provisions sont définies :

- Pour les opérations d'assurance sur la vie à l'article R343-3 du code des assurances ;
- Pour la partie non-vie à l'article 143-17 du code des ANC qui renvoi à l'article R343-7 alinéa du code des assurances.

Les provisions techniques d'un assureur agrègent un grand nombre de provisions. Dans ce mémoire, seules les provisions pour risques croissants sont étudiées. Cette hypothèse est réductrice d'un point de vue de la pratique réelle, mais elle permet de se concentrer sur l'objectif du mémoire : le pilotage technique des PRC.

1.5.1 Définition des provisions pour risques croissants

La provision pour risques croissants a comme objectif de couvrir les risques dont le tarif ne suit pas réellement le risque. Elle est égale à la différence des valeurs actuelles probables de l'assureur et de l'assuré. La valeur actuelle probable (VAP) est définie comme le flux financier le plus probable d'un point de vue actuariel. La méthode de calcul des VAP est détaillée dans la section suivante.

En assurance emprunteur, le vieillissement de l'individu durant son contrat implique une hausse des probabilités de sinistre et donc du risque supporté par l'assureur, alors que le taux de prime reste fixe sur l'ensemble du contrat. Par conséquent, un décalage entre le risque supporté par l'assureur et le montant de la prime sur certaines périodes est observé. Cette décorrélation implique la constitution de PRC pour l'assurance emprunteur.

La PRC d'un contrat emprunteur est déclinée en deux parties en fonction du risque couvert : décès et arrêt de travail. Ces provisions sont nommées de la façon suivante :

- **La provision pour risques croissants du risque décès.** Cette provision reflète le décalage entre le risque supporté par l'assureur et la prime perçue pour le risque décès. Elle sera notée par la suite PRC décès.
- **La provision pour risques croissants du risque arrêt de travail.** Elle est le reflet du décalage entre le risque réellement supporté par l'assureur et la prime perçue pour le risque arrêt de travail. Elle sera notée par la suite PRC arrêt de travail.

1.5.2 Cadre juridique actuel des PRC

D'un point de vue légal, les PRC analysées dans ce mémoire sont définies de la façon suivante :

La provision pour risques croissants pour le risque arrêt de travail (PRC arrêt de travail), est définie uniquement pour le risque d'invalidité et de maladie. La PRC arrêt de travail s'obtient en effectuant la différence des valeurs actuelles probables de l'assureur et de l'assuré pour le risque arrêt de travail.

Les textes de loi définissant la PRC arrêt de travail sont les suivants :

- Article R343-7 code des assurances ;
- Article R931-10-14 code de la sécurité sociale ;
- Article R212-23 code de la mutualité ;

La provision pour risques croissants du risque décès (PRC décès) est normalement comptabilisée dans la provision mathématique en assurance vie. La méthode de calcul est similaire à celle de la PRC arrêt de travail. Dans la suite du mémoire, cette provision sera nommée PRC du risque décès. Bien que cette appellation soit un abus de langage cela permet de ne pas induire de confusion avec la provision mathématique décès qui est composée des indemnisations pour les sinistres déjà survenus. La définition juridique est précisée dans l'Article R343-3 et A343-1-1 du code des assurances.

La méthode de calcul est identique à celle de la provision pour risques croissants du risque arrêt de travail.

Enfin, selon l'article 142-3 du règlement des ANC, la provision mathématique doit être calculée avec des taux d'intérêt au plus égaux à ceux retenus pour l'établissement du tarif.

À ce jour, il n'y a aucune autre règle pour le calcul des PRC, notamment pour la procédure de mutualisation des PRC. De plus aucune indication n'est donnée sur la procédure de mutualisation à suivre en fonction de quel pourcentage (capital restant dû ou capital initial) la prime est exprimée.

Les provisions étudiées dans ce mémoire représentent les engagements comptables par rapport au vieillissement de l'individu avec la maturité du prêt. L'objectif de ces provisions est de renseigner de façon comptable sur le risque réellement supporté par l'assureur à chaque période, mais également de lisser le résultat technique de l'assureur dans le temps.

1.6 Le rachat d'un contrat emprunteur

En France, la durée des prêts immobiliers à la souscription est souvent comprise entre 20 et 25 ans, mais la durée effective des emprunts est comprise entre 8 et 10 ans. Cela s'explique par les rachats effectués par les assurés. Le rachat d'un contrat emprunteur peut désigner trois cas :

- Le rachat du prêt par un organisme de crédit, ce que l'assuré a tout intérêt à réaliser s'il trouve un taux d'emprunt plus compétitif. Ce rachat doit être accepté par l'organisme de crédit d'origine.
- Le rachat du crédit par l'assuré, lorsque ce dernier bénéficie d'une nouvelle source de revenu financière -une augmentation salariale, une prime, un héritage ou tout autre aléa entraînant une rentrée d'argent. L'assuré peut décider de racheter tout ou partie de son crédit ce qui entraîne une diminution des primes d'assurance emprunteur et/ou une baisse de la durée du crédit. Toutefois, l'assuré doit respecter les conditions fixées par son contrat. L'article L.312-21 du code de la consommation précise les conditions minimales pour un rachat partiel par l'assuré : le contrat de prêt peut interdire les remboursements égaux ou inférieurs à 10 % du montant initial du prêt, sauf s'il s'agit de son solde.
- Les délégations d'assurance, ce cas concerne les assurés qui décident de changer d'assurance emprunteur tout en conservant leur prêt chez le même organisme de crédit. Les conditions pour changer d'assurance emprunteur sont fixées par la loi, notamment la loi Lagarde, la loi Hamon et l'amendement Bourquin.

Le rachat des contrats emprunteurs est modéliser par une loi de rachat qui prend en compte les rachats de chaque période. L'impact des lois de rachat sur les PRC sera analysé dans la suite du mémoire par des études de sensibilité.

1.7 Les notations utilisées

Les notations utilisées dans le calcul des primes et des PRC sont regroupées dans les catégories suivantes :

- Probabilités du risque décès ;
- Probabilités du risque arrêt de travail ;
- Probabilités de rachat ;
- Paramètres du prêt.

1.7.1 Les probabilités de décès

Les probabilités de décès sont calculées à partir des tables de mortalité. Ces tables indiquent, pour un type de population (par sexe ou par année de naissance), la probabilité annuelle de survie d'un âge à l'autre. Leur forme est la suivante : pour 100 000 individus en vie à l'âge zéro, combien sont encore en vie à un autre âge. Les tables couramment utilisées sont les tables réglementaires émises par l'INSEE : TF 00-02, TH 00-02, TGF 05 etc. Les assureurs utilisent également des tables d'expérience au vu des observations sur leur portefeuille. Ces tables d'expérience doivent être certifiées par un actuairé agréé pour pouvoir être utilisées.

Les tables de mortalité sont établies à partir d'observations sur une population de taille importante. De plus, les observations se font toujours sur plusieurs exercices afin de ne pas sur estimer un évènement spécifique à une année comme le Covid-19. Enfin des méthodes de lissage sont mises en place, afin d'éliminer les effets de tendance saisonnière.

La probabilité de survie, en se servant des tables de mortalités :

- Le nombre d'individus encore en vie à l'âge x est noté l_x . La probabilité qu'un individu d'âge x atteigne l'âge $x + j$ est obtenue de la façon suivante :

$$\frac{l_{x+j}}{l_x}$$

Cette probabilité est notée ${}_j p_x$

- La probabilité qu'un individu d'âge x décède entre l'âge x et l'âge $x + j$ est donnée par :
 ${}_j q_x = 1 - {}_j p_x$.
- Dans un souci de simplicité, lorsque la période entre l'âge actuel et l'âge cible n'est que d'un an, les notations deviennent :

$$q_x = {}_1 q_x$$

$$p_x = {}_1 p_x$$

La probabilité de survie avec abattement, dans un premier temps, un taux d'abattement est fixé. Ce taux est noté α , il correspond à la baisse de mortalité qui sera appliquée à notre portefeuille. En effet, étant donné que la population emprunteur est moins à risque que la moyenne, un abattement peut être appliqué sur les tables de mortalité pour se rapprocher de la sinistralité réelle.

- Les probabilités de décès abattues sont calculées de la façon suivante :

$${}_j q_x^a = {}_j q_x \times \alpha$$

- Les probabilités de survie abattues sont calculées de la façon suivante :

$${}_j p_x^a = 1 - {}_j q_x^a$$

1.7.2 Les probabilités en arrêt de travail

Les probabilités de sinistre en arrêt de travail comprennent :

- La fréquence d'entrée en arrêt de travail ;
- Le maintien en incapacité ;
- Le maintien en invalidité ;
- Le passage de l'incapacité vers l'invalidité.

La fréquence d'entrée en arrêt de travail pour une durée supérieure à la franchise à l'âge x est noté : $freq_x^{AT}$.

Les probabilités de maintien et de passage du risque arrêt de travail sont calculées à partir des tables du BCAC. Elles sont constituées à partir des données fournies par un panel d'organismes d'assurance. Les tables du BCAC contiennent trois tables :

- **La table de maintien en incapacité**, elle précise le nombre d'individus en incapacité en fonction de l'âge à la survenance de l'arrêt (20 à 65 ans) pour les anciennetés en mois de 0 à 36 mois. En partant d'un effectif initial de 10 000.
- **La table de maintien en invalidité**, elle précise le nombre d'individus en invalidité en fonction de l'âge à l'entrée dans l'état (20 à 64 ans) pour les anciennetés en années de 0 à 45 ans. En partant d'un effectif initial de 10 000.
- **La table de passage de l'incapacité vers l'invalidité**, elle précise le nombre de transitions de l'incapacité vers l'invalidité en fonction de l'âge à l'entrée dans l'état (20 à 62 ans) pour les anciennetés en mois de 0 à 35. En partant d'un effectif initial de personnes en incapacité de 10 000.

Les tables présentent des âges limites pour le maintien ce qui s'explique par le passage en retraite des individus.

Ces tables permettent de calculer :

La probabilité de maintien en incapacité :

- Le nombre d'individus entrés en incapacité à l'âge x et étant encore en incapacité le mois j est noté $l_{incapacité}_x^j$.
- Pour un individu entré en incapacité à l'âge x la probabilité de se maintenir j mois en incapacité tout en prenant en compte la franchise est calculé de la façon suivante :

$$\frac{l_{incapacité}_x^j}{l_{incapacité}_x^{franchise}}$$

Avec $j \geq franchise$.

Les tables de maintien en incapacité étant construites avec un pas mensuel, une méthode d'annualisation a été mise en place. L'objectif étant de se rapprocher le plus possible des résultats obtenus avec une tarification en pas mensuel. Ainsi, pour la première année, c'est le nombre de personnes encore en incapacité au quatrième mois qui a été retenu, pour la deuxième année c'est le nombre de personnes encore en incapacité le seizième mois et pour la troisième année le nombre de personnes en incapacité le vingt-huitième mois.

Autrement dit :

- $l_{incapacité_{x+k}^1}$ correspond au nombre de personnes encore en incapacité le 4^{ème} mois pour un prêt à la période k souscrit à l'âge x pour la première année.
- $l_{incapacité_{x+k}^2}$ correspond au nombre de personnes encore en incapacité le 16^{ème} mois, pour un prêt à la période k souscrit à l'âge x pour la deuxième année.
- $l_{incapacité_{x+k}^3}$ correspond au nombre de personnes encore en incapacité le 28^{ème} mois, pour un prêt à la période k souscrit à l'âge x pour la troisième année.

La probabilité de maintien en invalidité :

- Le nombre d'individus entrés en invalidité à l'âge x et étant encore en invalidité l'année j est noté $l_{invalidité_x^j}$
- Pour individu entré en invalidité à l'âge x la probabilité de se maintenir en invalidité l'année j .

$$\frac{l_{invalidité_x^j}}{l_{invalidité_x^{franchise}}}$$

Avec $j \geq franchise$.

La probabilité de passage en invalidité, ce paragraphe renseigne sur la probabilité pour un individu entré en incapacité à l'âge x de passer en invalidité au $j^{ème}$ mois après son entrée en incapacité.

- Le nombre d'individus étant entrés en incapacité à l'âge x et à passer en invalidité le $j^{ème}$ mois après l'entrée en incapacité est noté S_x^j .
- La probabilité de passer d'incapacité à invalidité le $j^{ème}$ mois tout en étant entré en incapacité à l'âge x est la suivante :

$$\frac{S_x^j}{l_{incapacité_x^j}}$$

Dans notre méthode de tarification, la partie sur invalidité ne comporte que l'invalidité en attente. Autrement dit, une hypothèse est que les individus qui entrent en invalidité sont forcément passés par l'incapacité avant d'entrer en invalidité. Cette hypothèse même si elle implique un biais, est nécessaire à l'élaboration du modèle. En effet ajouter les individus entrant directement en invalidité implique de disposer d'une table d'expérience sur le sujet étant donné son absence sur les tables du BCAC.

1.7.3 Les probabilités de rachat

Afin de prendre en compte les rachats effectués, des lois de rachat sont définies.

- Le taux de rachat propre à la période j est noté : μ_j , ce qui correspond à la probabilité qu'un individu effectue un rachat à cette période.
- La loi de rachat cumulée à la période j , est notée δ_j , cela correspond à la probabilité pour un individu d'être toujours présent à la période j . La loi de rachat cumulée est calculée de la façon suivante :

$$\delta_j = \delta_{j-1} \times (1 - \mu_j), \text{ Avec } \delta_0 = 1 - \mu_0.$$

1.7.4 Les paramètres du prêt

Les paramètres du prêt sont : le taux d'actualisation, le capital restant dû, le montant de l'annuité et le taux de prime de l'assurance emprunteur.

Le taux d'actualisation, Afin de pouvoir estimer les engagements réels, il est indispensable d'actualiser les engagements futurs. Le taux d'actualisation ou taux technique est noté i . L'actualisation pour la période j est : $(1 + i)^{-j}$.

Le capital restant dû de la période j est noté CRD_j . Avec, $CRD_0 =$ Montant emprunté et $CRD_N = 0$

L'annuité, elle correspond au montant payé chaque année par l'emprunteur pour rembourser le capital emprunté et les intérêts liés au prêt. L'annuité de la période j est notée : A

Pour rappel, la méthode de calcul de l'annuité est la suivante :

$$A = \frac{C_0 \times i}{1 - (1 + i)^{-N}}$$

Le taux de prime de l'assurance emprunteur est noté de la façon suivante :

- Pour la garantie décès : $\tau^{décès}$.
- Pour la garantie arrêt de travail : τ^{AT} .

1.8 La tarification et le provisionnement sur une tête

Cette partie détaille la méthode de tarification mis en place pour obtenir le taux de prime d'un contrat et pour chaque période : la prime et les PRC de chaque risque.

Ces résultats sont obtenus au moyen du calcul des engagements de l'assureur et de l'assuré.

Le calcul de l'engagement de l'assuré peut être différent en fonction de si la prime est exprimée en pourcentage du capital initial ou du capital restant dû.

1.8.1 La partie décès

Les engagements de la partie décès tiennent compte du capital restant dû ou du capital initial, de la probabilité de survie et du taux d'actualisation.

1.8.1.1 Engagement assureur pour le décès

L'engagement de l'assureur à la période k est calculé de la façon suivante :

$$Engagement\ assureur_x^N(k) = \sum_{j=0}^{N-k-1} CRD_{k+j} \times {}_j p_{x+k} \times q_{x+k+j} \times (1 + i)^{-j-0,5}$$

1.8.1.2 Engagement assuré pour le décès

L'engagement de l'assuré à la période k est calculé de la façon suivante :

- Si la tarification est en fonction du capital restant dû.

$$Engagement\ assuré_x^N(k) = \sum_{j=0}^{N-k-1} CRD_{k+j} \times {}_j p_{x+k} \times (1 + i)^{-j}$$

- Si la tarification est en fonction du capital initial.

$$Engagement\ assuré_x^N(k) = \sum_{j=0}^{N-k-1} CI \times {}_j p_{x+k} \times (1+i)^{-j}$$

1.8.2 La partie arrêt de travail

Les engagements du risque arrêt de travail tiennent compte de la probabilité de décès, de la fréquence d'entrée en arrêt de travail, de la probabilité de maintien en arrêt de travail, du montant d'indemnisation et du taux d'actualisation.

Pour rappel, la partie arrêt de travail comprend les risques d'incapacité et d'invalidité.

1.8.2.1 Engagement de l'assureur pour l'incapacité

L'engagement de l'assureur à la période k est calculé de la façon de la façon suivante :

$$Eng\ incap_{x+k}^N(franchise) = \sum_{j=franchise}^{Max\ indem\ incap} \frac{l_{incapacité_{x+k}}^j}{l_{incapacité_{x+k}}^{franchise}} \times A \times (1+i)^{-j-franchise}$$

Avec :

- Avec A le montant de l'annuité.
 - $Max\ indem\ incap$ le nombre de mois d'indemnisation maximum pour une entrée en incapacité à la période k , en sachant que l'indemnisation de l'incapacité est de trois ans au plus. Autrement dit : $Max\ indem\ incap = \min(3; N - k - j; \hat{age\ limite} - x - k - j)$
- Avec :
- 3 la durée maximum d'indemnisation de l'incapacité en année.
 - $N - k - j$, La durée restante du prêt.
 - $\hat{age\ limite} - x - k - j$ La durée restante jusqu'à l'âge limite de la garantie incapacité.

1.8.2.2 Engagement de l'assureur pour l'invalidité

L'engagement pour l'invalidité en attente à la période k est obtenu de la façon suivante :

- Dans un premier temps la probabilité de maintien en invalidité est calculée.

$$P_{inv_{x+k}}^N(franchise) = \sum_{j=franchise}^{Max\ indem} \frac{l_{invalidité_{x+k}}^j}{l_{invalidité_{x+k}}^{franchise}} \times (1+i)^{-j-franchise}$$

$$Max\ indem = \min(\hat{age\ limite} - x - k - j; N - k - j)$$

Avec :

- $N - k - j$, la durée restante du prêt.
 - $\hat{age\ limite} - x - k - j$, La durée restante jusqu'à l'âge limite de la garantie invalidité.
- Dans un second temps la probabilité de passage en invalidité en tenant compte de la probabilité de maintien est calculée.

Pour rappel, S_{x+k}^j correspond au nombre d'individus entrés en incapacité à l'âge x à passer en invalidité à l'âge $x + k$ soit j période après son entrée en incapacité.

$$Eng\ inval_{x+k}^N(franchise) = \sum_{j=franchise}^{Max\ indem\ inval} \frac{S_{x+k}^j}{l_incapacit e_{x+k}^j} \times A \times (1+i)^{-j-franchise} \times P_{inv_{x+k}}^N(franchise)$$

Avec *Max indem inval* le nombre de mois d'indemnisation maximum pour une entrée en invalidité à la périodes k . Autrement dit : $Max\ indem = \min(3; \hat{age\ limite} - x - k - j; N - k - j)$.

Avec :

- 3, la durée maximum d'année passée en incapacité.
- $N - k - j$, La durée restante du prêt.
- $\hat{age\ limite} - x - k - j$ La durée restante jusqu'à l'âge limite de la garantie incapacité.

1.8.2.3 Engagement de l'assureur pour l'arrêt de travail

L'engagement de l'assureur pour le risque arrêt de travail à périodes k est calculé avec les engagements pour l'incapacité et l'invalidité, de la façon suivante :

$$Engagement\ assureur_x^N(k) = \sum_{j=0}^{N-k-1} (1+i)^{-j} \times {}_j p_{x+k} \times freq_{x+k+j} \times \{Eng\ incap_{x+k+j}^N(franchise) + Eng\ inval_{x+k+j}^N(franchise)\}$$

Dans ce mémoire une hypothèse est qu'il n'y a pas d'exonération des cotisations pour la garantie arrêt de travail. Ainsi, si l'assuré entre en arrêt de travail il doit continuer à payer ses cotisations pour l'assurance. Cela induit que l'engagement de l'assuré pour le risque arrêt de travail est identique à celui dans le cas du risque décès.

1.8.3 Ajout des lois de rachat

Afin de tenir compte des lois de rachat dans le calcul de l'engagement de l'assureur et de l'assuré, des probabilités de rachat sont ajout es dans le calcul des engagements.

Pour rappel δ_j désigne la loi de rachat cumul e à la périodes j . I.E. la probabilité que l'individu soit toujours présent à cette périodes en prenant en compte le rachat des contrats emprunteurs.

L'engagement de l'assureur avec la prise en compte d'une loi de rachat devient :

- Pour le risque décès :

$$Engagement\ assureur_x^N(k) = \sum_{j=0}^{N-k-1} CRD_{k+j} \times {}_j p_{x+k} \times q_{x+k+j} \times (1+i)^{-j-0,5} \times \delta_{k+j}$$

- Pour le risque arrêt de travail :

$$Engagement\ assureur_x^N(k) = \sum_{j=0}^{N-k-1} (1+i)^{-j} \times {}_j p_{x+k} \times freq_{x+k+j} \times \{Prov\ incap_{x+k+j}^N(franchise) + Prov\ inval_{x+k+j}^N(franchise)\} \times \delta_{k+j}$$

L'engagement de l'assuré avec la prise en compte d'une loi de rachat devient :

- Si la tarification est en fonction du capital restant dû

$$\text{Engagement assuré}_x^N(k) = \sum_{j=0}^{N-k-1} CRD_{k+j} \times {}_j p_{x+k} \times (1+i)^{-j} \times \delta_{k+j}$$

- Si la tarification est en fonction du capital initial

$$\text{Engagement assuré}_x^N(k) = \sum_{j=0}^{N-k-1} CI \times {}_j p_{x+k} \times (1+i)^{-j} \times \delta_{k+j}$$

1.8.4 Calcul des primes

Le taux de prime de l'assurance emprunteur est déterminé avec les engagements initiaux de l'assureur et de l'assuré. Ce qui répond au principe d'équité actuarielle.

Pour la garantie décès, le taux de prime est calculé de la façon suivante :

$$\tau^{\text{décès}} = \frac{\text{Engagement assureur}_x^N(0)}{\text{Engagement assuré}_x^N(0)}$$

Le taux de prime pour la partie arrêt de travail :

$$\tau^{AT} = \frac{\text{Engagement assureur}_x^N(0)}{\text{Engagement assuré}_x^N(0)}$$

Si la prime est exprimée en fonction du capital restant dû, la prime de la période j .

Pour le risque arrêt de travail :

$$PP_j = \tau^{AT} \times CRD_j$$

Pour le risque décès :

$$PP_j = \tau^{\text{décès}} \times CRD_j$$

Si la prime est exprimée en fonction du capital initial, elle est la même pour toutes les périodes.

Pour le risque arrêt de travail :

$$PP = \tau^{AT} \times CI$$

Pour le risque décès :

$$PP = \tau^{\text{décès}} \times CI$$

1.8.5 Les provisions pour risques croissant

1.8.5.1 Calcul des provisions pour risques croissants

La PRC d'un contrat emprunteur comprend la PRC pour le risque décès et la PRC pour le risque arrêt de travail.

Calcul de la PRC pour le risque décès, pour un individu d'âge x qui souscrit un prêt de N années.

La provision pour risques croissants du risque décès de chaque période s'obtient par la différence des valeurs actuelles probables de chaque période de l'assureur et de l'assuré, pour le risque décès.

Afin de déterminer la PRC, il est nécessaire de calculer les valeurs actuelles probables de l'assureur et de l'assuré.

Les valeurs actuelles probables sont notées de la façon suivante :

- $VAP assureur_x^N(k) DC$, la VAP de l'assureur pour le risque décès à la période k pour un prêt de durée initiale N années souscrit par un assuré d'âge x à la souscription.
- $VAP assuré_x^N(k)$, la VAP de l'assuré pour le risque décès à la période k pour un prêt de durée initiale N années souscrit à l'âge x .

La VAP de l'assureur pour le risque décès à la période k est obtenues de la façon suivante :

$$VAP assureur_x^N(k) DC = Engagement assureur_x^N(k) DC$$

La VAP de l'assuré pour le risque décès à la période k est obtenues de la façon suivante :

Avec τ^{DC} , le taux de prime déterminé comme précédemment pour la garantie décès pour un individu d'âge x qui souscrit un prêt de N années.

- Si la tarification est en fonction du capital restant dû,

$$VAP assuré_x^N(k) DC = \sum_{j=0}^{N-k-1} CRD_{k+j} \times {}_j p_{x+k} \times (1+i)^{-j} \times \delta_{k+j} \times \tau^{DC}$$

- Si la tarification est en fonction du capital initial,

$$VAP assuré_x^N(k) DC = \sum_{j=0}^{N-k-1} CI \times {}_j p_{x+k} \times (1+i)^{-j} \times \delta_{k+j} \times \tau^{DC}$$

La PRC pour le risque décès à la période k est donnée par :

$$PRC DC_x^N(k) = VAP assureur_x^N(k) DC - VAP assuré_x^N(k) DC$$

Par construction, $PRC DC_x^N(0) = 0$

Pour le risque arrêt de travail, la méthode de calcul est identique.

Pour un individu d'âge x qui souscrit un prêt de N années :

La VAP de l'assureur à la période k :

$$VAP assureur_x^N(k) AT = Engagement assureur_x^N(k) AT$$

La VAP de l'assuré à la période k :

- Si la tarification est en fonction du capital restant dû

$$VAP assuré_x^N(k) AT = \sum_{j=0}^{N-k-1} CRD_{k+j} \times {}_j p_{x+k} \times (1+i)^{-j} \times \delta_{k+j} \times \tau^{AT}$$

- Si la tarification est en fonction du capital initial

$$VAP assuré_x^N(k) AT = \sum_{j=0}^{N-k-1} CI \times {}_j p_{x+k} \times (1+i)^{-j} \times \delta_{k+j} \times \tau^{AT}$$

Avec τ^{AT} , le taux de prime déterminé comme précédemment pour la garantie arrêt de travail pour un individu d'âge x qui souscrit un prêt de N années.

La provision pour risques croissants à la période k est donnée par :

$$PRC AT_x^N(k) = VAP assureur_x^N(k) AT - VAP assuré_x^N(k) AT$$

Par construction, $PRC AT_x^N(0) = 0$

1.8.5.2 Mutualisation des provisions pour risques croissants

Plusieurs procédures de mutualisation des PRC sont utilisées sur le marché.

- **Aucune mutualisation** : seules les PRC positives de chaque risque et de chaque contrat sont comptabilisées.
- **Mutualisation entre les risques pour un même contrat**, les PRC d'un même contrat se compensent quel que soit le risque.
- **Mutualisation entre les contrats pour un risque donné**, la mutualisation s'effectue entre les PRC d'un même risque.
- **Mutualisation globale entre les contrats**, toutes les PRC se compensent.

Ces procédures de mutualisations proviennent des échanges avec les membres du groupe de travail de l'Institut des actuaires.

1.9 Modélisation

Afin de tarifier des contrats emprunteurs et d'observer les PRC pour le risque arrêt de travail et les PRC pour le risque décès propres à chaque contrat, deux maquettes ont été réalisées. Une première pour modéliser le risque arrêt de travail et une seconde pour le risque décès. La séparation a été opérée dans un souci de lisibilité à l'attention du sous-groupe de travail de l'Institut des Actuaires. Ces maquettes reprennent comme méthode de tarification et de provisionnement l'ensemble des calculs présentés dans la section tarification ci-dessus.

Les maquettes ont été réalisées au moyen d'Excel-VBA©, dans une optique de faire des études de sensibilité mais également de permettre l'agrégation de contrat individuel.

1.10 Synthèse

La conclusion de cette partie technique est qu'il existe plusieurs méthodes de tarification et différentes procédures de mutualisation des PRC.

Dans la suite du mémoire, un modèle sera mis en place afin de calculer les primes et les PRC pour un portefeuille d'emprunteur. Ce modèle permettra d'effectuer deux études : une première qui portera sur l'impact des différents paramètres de tarification, des méthodes de tarification, des procédures de mutualisation sur la PRC et le taux de prime d'un portefeuille emprunteur. Une seconde étude portera sur les impacts des PRC sur le compte de résultat technique de l'assureur.

Présentation des modèles

Afin de permettre une bonne compréhension des modèles et de leurs paramètres, les éléments suivants sont présentés :

- Une étude de 1999 de la FFSA ;
- La méthode d'agrégation des contrats individuels ;
- Les procédures de mutualisation des PRC.

Ces étapes correspondent au cheminement effectué pour la réalisation du modèle.

1.11 Présentation de l'étude de 1999 de la FFSA

En 1999, la FFSA a réalisé une étude dont l'objectif était d'exprimer la provision pour risques croissants en pourcentage de la prime afin de simplifier le calcul de la PRC. Cette étude est la base de ce mémoire.

Cette étude présente pour la garantie décès et la garantie arrêt de travail trois résultats : la PRC, le taux de prime et le ratio PRC/prime. Ces résultats dépendent d'un portefeuille fictif.

Les paramètres de l'étude sont les suivantes :

- Le taux d'entrée en AT à 3 mois varie selon l'âge avec une moyenne de 1 % pondérée par *une loi Gamma de moyenne 40 et d'écart type 8* ;
- La table de mortalité : TV 88-90 ;
- Le taux technique : 3,5 % ;
- La distribution de la population : *loi Gamma de moyenne 40 et d'écart type 8* ;
- Souscription possible entre 25 et 55 ans ;
- La distribution de la durée des prêts : *loi Normale de moyenne 12 et d'écart type 3* ;
- Durée des prêts entre 5 et 25 ans ;
- Le capital initial : 100 000 francs⁸ ;
- Le taux d'intérêt : 6 % ;
- Maturité du produit : il est supposé que celui-ci est en régime de croisière. La distribution retenue est une loi uniforme, toutes les périodes ont le même poids relatif ;
- Pas de temps annuel ;
- Méthode de remboursement : annuité constante ;

La méthode de calcul des engagements de l'assureur et des assurés pour le risque décès et le risque arrêt de travail est identique à la méthode décrite dans la partie tarification.

La méthode d'agrégation proposée par l'étude permet de tenir compte :

- De la distribution des âges à la souscription et des durées initiales des prêts ;
- Des PRC, des primes et du taux de prime de chaque contrat.

⁸ En euro dans les modèles implémentés

1.12 Méthode d'agrégation

Afin de déterminer un taux de prime, une PRC et une prime pour l'ensemble du portefeuille, une méthode d'agrégation des contrats individuel est mise en place.

1.12.1 Le calcul du taux de prime global

L'objectif est de déterminer le taux de prime pour l'ensemble du portefeuille, c'est-à-dire, en tenant compte de la distribution des âges à la souscription et de la distribution des durées initiales des prêts.

1.12.1.1 Définitions

Les notations suivantes sont introduites afin de permettre une bonne lecture des calculs.

Le vecteur de la fréquence des âges à la souscription est noté $V_{\text{âge}}$. Ce vecteur est composé de 1 ligne et de 31 colonnes. Chaque colonne représente une fréquence d'âge à la souscription. Par exemple, la première colonne représente la fréquence d'individus âgés de 25 ans à la souscription.

La forme du vecteur est la suivante :

<i>Fréquence d'individus de 25 ans à la souscription</i>	<i>Fréquence d'individus de 26 ans à la souscription</i>	...	<i>Fréquence d'individus de 55 ans à la souscription</i>
--	--	-----	--

Tableau 2. Vecteur des fréquences des âges à la souscription

Les matrices des engagements à la souscription

Deux matrices d'engagements distincts sont introduites :

- La matrice des engagements à la souscription de l'assureur, noté M_{assureur}
- La matrice des engagements à la souscription de l'assuré, noté $M_{\text{assuré}}$

Ces matrices sont composées de 31 lignes et de 21 colonnes. Chaque coordonnée des matrices représente un engagement à la souscription (de l'assureur ou de l'assuré) en fonction de l'âge de l'assuré et de la durée du prêt.

La forme de la matrice est la suivante :

<i>Engagement initial pour un assuré de 25 ans qui emprunte sur une durée de 5 ans</i>	<i>Engagement initial pour un assuré de 25 ans qui emprunte sur une durée de 25 ans</i>
...
...
<i>Engagement initial pour un assuré de 55 ans qui emprunte sur une durée de 5 ans</i>	<i>Engagement initial pour un assuré de 55 ans qui emprunte sur une durée de 25 ans</i>

Tableau 3. Matrice des engagements des assurés du portefeuille

Le vecteur des fréquences des durées initiales des prêts noté $V_{durée}$. Ce vecteur est composé de 21 lignes et 1 colonne. Chaque ligne représente une fréquence de durée initiale de prêt. Par exemple, la première ligne représente la fréquence des prêts de durée initiale 5 ans.

<i>Fréquence de durée de prêt initiale 5 ans</i>
<i>Fréquence de durée de prêt initiale 6 ans</i>
...
<i>Fréquence de durée de prêt initiale 25 ans</i>

Tableau 4. Vecteur des fréquences des durées initiales de prêt

1.12.1.2 Le calcul du taux de prime global

Afin de déterminer le taux de prime moyen, l'engagement global de l'assureur et de l'assuré sont calculés. Ces engagements tiennent compte de la distribution des durées initiales des prêts et des âges à la souscription :

La méthode de calcul des engagements globaux est la suivante :

- L'engagement de l'assureur : $Engagement\ global_{assureur} = V_{\text{âge}} \times \{M_{assureur} \times V_{durée}\}$
- L'engagement de l'assuré : $Engagement\ global_{assuré} = V_{\text{âge}} \times \{M_{assuré} \times V_{durée}\}$

Le taux de prime moyen noté τ est calculé de la façon suivante :

$$\tau = \frac{Engagement\ global_{assureur}}{Engagement\ global_{assuré}}$$

Ce taux de prime moyen représente le taux de prime que l'assureur propose à ses assurés s'il décide de ne pratiquer qu'un seul tarif pour l'ensemble de ses assurés. Dans la suite du mémoire ce taux sera également appelé taux de prime collectif.

1.12.2 Méthode d'agrégation des primes et des PRC

L'objectif est de calculer la PRC et la prime par période pour l'ensemble du portefeuille. Ces résultats sont appelés respectivement la PRC moyenne et la prime moyenne.

Les notions suivantes correspondent aux étapes nécessaires à l'élaboration de la prime agrégée :

- Le calcul de la prime globale de chaque période.** Cela correspond pour chaque période de prêt à la pondération de toutes les primes de la même période par la distribution des âges et des durées de prêt.
La première étape est de calculer la prime de la période j pour les prêts de N années. Cette prime s'obtient en sommant la pondération des primes des prêts de durée initiale N années à la période j par la fréquence de l'âge à la souscription des individus, pour chaque période.
La seconde étape est le calcul de la prime globale de la période j . Cette prime s'obtient en sommant la pondération des primes des prêts de durée initiale N années par la fréquence des prêts de durée initiale N années, pour chaque période.
- Le calcul de la prime globale pondérée de chaque période.** La méthode consiste à appliquer à la prime globale de chaque période la pondération de la période respective. Cette étape permet de donner un poids différent en fonction de la durée initiale du prêt.
- Le calcul de la prime moyenne,** cela correspond à la moyenne des primes globales pondérées de chaque période.

La méthode est identique pour obtenir la PRC moyenne. Mais il faut déterminer les VAP globales de chaque période pour calculer les PRC globales de chaque période.

1.12.2.1 La distinction entre contrat individuel et contrat collectif

Il existe en droit deux types de contrats, leur définition est la suivante :

- **Le contrat individuel** : l'engagement de l'assuré et la prime d'assurance sont déterminés en fonction du taux de prime propre à chaque contrat.
- **Le contrat collectif** : l'engagement de l'assuré et la prime d'assurance sont déterminés en fonction du taux de prime global du portefeuille. C'est-à-dire en tenant compte de tous les prêts du portefeuille.

Les contrats collectifs impliquent donc le même tarif pour l'ensemble du portefeuille. Dans la suite du mémoire les contrats sont pris comme collectifs.

1.12.2.2 Agrégation des valeurs actuelles probables

La méthode pour déterminer la PRC agrégée consiste à calculer les valeurs actuelles probables globales de l'assureur et de l'assuré pour chaque période de prêt. Dans la suite du mémoire, l'abréviation VAP désignera la valeur actuelle probable.

Pour la VAP globale de l'assureur de chaque période, elle est identique en contrat individuel et en contrat collectif. En effet, la VAP de l'assureur ne dépend jamais du taux de prime du contrat mais de l'engagement vis-à-vis de l'assuré. Dans la suite, aucune distinction entre la garantie décès et la garantie arrêt de travail n'est effectuée dans la méthode de calcul de la VAP de chaque période. Lorsqu'une distinction sera nécessaire, cela sera précisé dans les notations.

La valeur actuelle probable de l'assureur à la période j d'un prêt de durée N années pour un assuré qui souscrit à l'âge x est notée : $VAP\ assureur_N^x(j)$.

- La VAP de l'assureur à la période j pour les prêts de durée N années est notée $VAP\ assureur_N(j)$. La méthode de calcul est la suivante :

$$VAP\ assureur_N(j) = \sum_{x=25}^{55} VAP\ assureur_N^x(j) \times \text{fréquence d'individu d'âge } x$$

- La VAP globale de l'assureur à la période j est notée $VAP\ assureur^{globale}(j)$. Elle est obtenue de la façon suivante :

$$VAP\ assureur^{globale}(j) = \sum_{N=5}^{25} VAP\ assureur_N(j) \times \text{fréquence des prêt de durée } N$$

Ce calcul permet d'obtenir pour chaque période la VAP de l'assureur pondérée par la distribution des âges à la souscription et des durées initiales des prêts.

Pour la VAP globale de l'assuré de chaque période, elle s'obtient grâce au produit entre le taux de prime (individuel ou collectif) et l'engagement de l'assuré de chaque période.

L'engagement de l'assuré à la période j d'un prêt de durée initiale N années pour un assuré qui souscrit à l'âge x est noté : $Engagement\ assuré_N^x(j)$.

- La VAP de l'assuré à la période j pour un prêt de durée N années est notée $VAP\ assuré_N^{collective}(j)$. Elle est déterminée de la façon suivante :
 - Dans le cas avec des contrats collectifs. Avec τ , le taux de prime collectif.

$$VAP\ assuré_N^{collective}(j) = \sum_{x=25}^{55} Engagement\ assuré_N^x(j) \times \text{fréquence d'individu d'âge } x \times \tau$$

- Dans le cas avec des contrats individuels. La VAP de l'assuré à la période j pour un prêt de durée N années est notée $VAP_{assuré}^{individuelle}(j)$. Le taux de prime pour un individu qui souscrit un prêt à l'âge x , de durée initiale N années est noté τ_N^x .

$$VAP_{assuré}^{individuelle}(j) = \sum_{x=25}^{55} Engagement_{assuré}^x(j) \times fréquence\ d'\ individu\ d'\ âge\ x \times \tau_N^x$$

- La VAP de l'assuré de la période j est notée $VAP_{assuré}^{collective}(j)$ pour les contrats collectifs et $VAP_{assuré}^{individuelle}(j)$ pour les contrats individuels. La méthode de calcul est la suivante :
 - Dans le cas des contrats collectifs

$$VAP_{assuré}^{collective}(j) = \sum_{N=5}^{25} VAP_{assuré}^{collective}(j) \times fréquence\ de\ prêt\ de\ durée\ N$$

- Dans le cas des contrats individuels :

$$VAP_{assuré}^{individuelle}(j) = \sum_{N=5}^{25} VAP_{assuré}^{individuelle}(j) \times fréquence\ de\ prêt\ de\ durée\ N$$

Ce calcul permet d'obtenir pour chaque période la VAP de l'assuré pondérée par la distribution des âges à la souscription et des durées de prêt initiales.

Les VAP de l'assureur et de l'assuré seront utiles afin de déterminer la provision pour risques croissants de chaque période.

1.12.2.3 Agrégation des primes

L'objectif de l'agrégation des primes est de déterminer la prime globale de chaque période. Elle s'obtient grâce au produit entre le taux de prime (individuel ou collectif) et le capital restant dû global de chaque période. Il convient donc de déterminer dans un premier temps le capital restant dû global de chaque période.

Dans le cas des contrats collectifs, le calcul est le suivant :

- Dans un premier temps le capital restant dû moyen pour les prêts de durée N années à la période j est déterminé. Ce résultat est noté $CRD_N^{collectif}(j)$. Le capital restant dû d'un prêt de N années à la période j pour un individu qui souscrit à l'âge x est noté $CRD_N^x(j)$.

$$CRD_N^{collectif}(j) = \sum_{x=25}^{55} CRD_N^x(j) \times fréquence\ d'\ individu\ d'\ âge\ x$$

- Puis le capital restant dû moyen à la période j est calculé. Ce résultat est noté $CRD^{collectif}(j)$.

$$CRD^{collectif}(j) = \sum_{N=5}^{25} CRD_N^{collectif}(j) \times fréquence\ des\ prêts\ de\ durée\ N$$

- Enfin la prime collective à la période j est calculée, elle est notée $Prime_{global}^{collective}(j)$.

$$Prime_{global}^{collective}(j) = CRD^{collectif}(j) \times \tau^{collectif}$$

Dans le cas des contrats individuels, le calcul est le suivant :

- Dans un premier temps la prime moyenne pour un prêt de durée N années à la période j est calculée. Cette prime est notée $prime_N^{individuelle}(j)$.

$$prime_N^{individuelle}(j) = \sum_{x=25}^{55} CRD_N^x(j) \times fréquence\ d'\ individu\ d'\ âge\ x \times \tau_N^x$$

- La prime individuelle globale à la période j pour tous les prêts quel que soit leur durée est déterminée de la façon suivante.

$$Prime_{global}^{individuelle}(j) = \sum_{N=5}^{25} prime_N^{individuelle}(j) \times \text{fréquence des prêts de durée } N$$

Ce résultat permet d'obtenir pour chaque période une prime pondérée par la distribution des âges et des durées des prêts.

1.12.2.4 Calcul des PRC globales

Le calcul de la PRC de chaque période en fonction de la garantie assurée s'effectue de la façon suivante :

La PRC globale du risque arrêt de travail de chaque période est calculée de la façon suivante :

- Si le contrat est en collectif :

$$PRC\ AT\ globale_j^{collective} = VAP\ assureur(j)_{AT} - VAP\ assuré_{globale}^{collective}(j)$$

- Si le contrat est en individuel :

$$PRC\ AT\ globale_j^{individuelle} = VAP\ assureur(j)_{AT} - VAP\ assuré_{globale}^{individuelle}(j)$$

La PRC globale du risque décès de chaque période, le calcul est le même :

- Si le contrat est en collectif :

$$PRC\ DC\ globale_j^{collective} = VAP\ assureur(j)_{décès} - VAP\ assuré_{globale}^{collective}(j)$$

- Si le contrat est en individuel :

$$PRC\ DC\ globale_j^{individuelle} = VAP\ assureur(j)_{décès} - VAP\ assuré_{globale}^{individuelle}(j)$$

Ainsi cette section permet de calculer à chaque période la PRC du risque arrêt de travail et la PRC du risque décès.

1.12.3 La pondération et l'agrégation des indicateurs

1.12.3.1 La pondération

Dans cette partie, l'objectif est de tenir compte du volume de chaque prime et chaque PRC globale par rapport à la durée des prêts. Cette pondération permet de donner plus de poids aux prêts de longue durée. En effet, les prêts de longue durée représentent à terme une part plus importante des prêts du portefeuille si la souscription des prêts est uniforme par durée.

Cette étape permet de déterminer les PRC du risque arrêt de travail et décès globale pondérées et la prime globale pondérée.

- La pondération de la période j , notée $pondération_j$. Elle est calculée de la façon suivante :

$$pondération_j = \sum_{N=5}^{25} \text{fréquence des prêts de durée } N \times 1_{\{N>j\}}$$

Avec $1_{\{N>j\}}$, la fonction indicatrice qui prend comme valeur 1 si $N > j$ et 0 si $N \leq j$.

- Puis la prime globale et la PRC globale de chaque période pondérée est calculée.
 - La PRC arrêt de travail globale pondérée à la période j .

$$PRC\ AT\ globale\ pondérée_j = \frac{PRC\ AT\ globale_j}{pondération_j}$$

- La PRC décès globale pondérée à la période j .

$$PRC\ DC\ globale\ pondérée_j = \frac{PRC\ DC\ globale_j}{pondération_j}$$

- La prime globale pondérée à la période j .

$$prime\ globale\ pondérée_j = \frac{prime\ globale_j}{pondération_j}$$

1.12.3.2 La PRC moyenne et la prime moyenne

Dans une dernière étape, la moyenne des PRC et des primes est calculée. Ces résultats représentent la PRC et la prime pour l'ensemble du portefeuille.

Par ailleurs, ces deux résultats sont ceux présentés comme les résultats de l'étude de 1999 de la FFSA.

- La prime moyenne :

$$Prime\ moyenne = \frac{\sum_{j=0}^{24} prime\ globale\ pondérée_j}{25}$$

- La PRC moyenne par risque :

$$PRC\ AT\ moyenne = \frac{\sum_{j=1}^{24} \max (PRC\ AT\ globale\ pondérée_j; 0)}{24}$$

$$PRC\ DC\ moyenne = \frac{\sum_{j=1}^{24} \max (PRC\ DC\ globale\ pondérée_j; 0)}{24}$$

Note :

Cette somme commence volontairement à 1 car la première PRC est forcément nulle par définition.

Le max appliqué au niveau des PRC de chaque période permet de garantir l'absence de mutualisation entre les périodes.

La PRC moyenne ne constitue pas un élément comptable, c'est un indicateur pour étudier les variations des PRC d'un portefeuille donné.

1.13 Présentation des procédures de mutualisation des provisions

Le niveau de mutualisation des PRC des contrats emprunteurs diffère d'un assureur à l'autre. Deux procédures de mutualisation des PRC ont été retenues.

La mutualisation globale, l'idée est de compenser les PRC du risque arrêt de travail et les PRC du risque décès entre elles. Ainsi, si la PRC d'un des deux risques est négative, elle pourra alors compenser la PRC positive de l'autre risque. Un plancher à zéro est mis en place sur la somme des PRC afin de garantir une provision positive. En effet, cela permet d'être cohérent avec un cadre de provisionnement statutaire : pas de provisions négatives.

La mutualisation pour un risque donné : les PRC du risque arrêt de travail se compensent entre elles et les PRC du risque décès entre elles. Ainsi la PRC agrégée du risque arrêt de travail et la PRC agrégée du risque décès sont calculées séparément

Aucune mutualisation : La PRC est calculée pour chaque individu et pour chacun des risques puis la somme des provisions positives obtenues est effectuée.

Ces procédures de mutualisations sont utilisées par les organismes d'assurance en France en 2020.

Dans la suite du mémoire des études de sensibilité présenteront les impacts des différentes procédures de mutualisation sur les PRC.

1.14 Les modèles utilisés

Afin d'étudier les PRC, deux modèles ont été mis en place. Ces modèles permettent d'effectuer la tarification sur une tête et l'agrégation des contrats d'un portefeuille.

Les deux modèles sont les suivants :

Le modèle de 1999, il reprend la méthode de tarification et d'agrégation détailler précédemment. L'objectif de ce modèle est de se rapprocher des résultats de l'étude de 1999 de la FFSA. Ainsi les paramètres choisis sont ceux de l'étude de 1999.

Le modèle de 2020 il reprend les mêmes méthodes de tarification, de provisionnement et d'agrégation que le modèle de 1999. Les paramètres de 2020 ont été choisis pour être au plus proche de la réalité du marché de 2020.

Un des objectifs du mémoire est de réaliser des études de sensibilités sur la PRC en changeant un par un les paramètres du modèle de 1999 et en les remplaçant par ceux de 2020 afin d'analyser leur impact sur la PRC. Des études de sensibilité sur la procédure de mutualisation et la méthode de tarification ont également été mises en place.

1.15 Présentation des paramètres

Les paramètres pour les modèles de 1999 et de 2020, sont déclinés de la façon suivante :

- i. Simulation de l'âge à la souscription des assurés, de la durée initiale des prêts, des lois de rachat ;
- ii. Choix des paramètres de sinistralité et des prêts.

L'objectif des choix des paramètres est de rester le plus proche possible de la réalité afin d'obtenir des résultats pertinents, permettant une explication heuristique des résultats obtenus, agissant ainsi en double validation. Par ailleurs, ces résultats seront exploitables d'un point de vue actuariel, renforçant ainsi l'intérêt du mémoire.

1.15.1 La distribution des âges

Pour la simulation des assurées, l'objectif est de fixer la proportionnalité de chaque âge à la souscription des contrats. Dans le modèle de 1999, la distribution des âges est simulée par une loi Gamma de moyenne 40 et d'écart type 8. Ces résultats sont indiqués dans la colonne « Fréquence ». Pour le modèle de 2020, les données proviennent du groupe de travail. Dans un souci de confidentialité, ces données ne sont pas ici détaillées.

La distribution des âges du modèle de 1999 est la suivante :

Distribution des Âge	Fréquence	Fréquence corrigée
25 ans	0,7 %	0,8 %
26 ans	1,0 %	1,1 %
27 ans	1,3 %	1,4 %
28 ans	1,7 %	1,8 %
29 ans	2,1 %	2,3 %
30 ans	2,6 %	2,7 %
31 ans	3,0 %	3,2 %
32 ans	3,5 %	3,7 %
33 ans	3,9 %	4,1 %
34 ans	4,3 %	4,5 %
35 ans	4,6 %	4,8 %
36 ans	4,8 %	5,1 %
37 ans	5,0 %	5,3 %
38 ans	5,1 %	5,3 %
39 ans	5,1 %	5,3 %
40 ans	5,0 %	5,2 %
41 ans	4,8 %	5,1 %
42 ans	4,6 %	4,8 %
43 ans	4,3 %	4,6 %
44 ans	4,0 %	4,2 %
45 ans	3,7 %	3,9 %
46 ans	3,3 %	3,5 %
47 ans	3,0 %	3,2 %
48 ans	2,7 %	2,8 %
49 ans	2,3 %	2,5 %
50 ans	2,0 %	2,1 %
51 ans	1,7 %	1,8 %
52 ans	1,5 %	1,6 %
53 ans	1,3 %	1,3 %
54 ans	1,1 %	1,1 %
55 ans	0,9 %	0,9 %

Tableau 5. Distribution des âges à la souscription pour le modèle de 1999

La lecture du tableau se fait de la façon suivante : les individus de 38 ans représentent 5,3 % des emprunteurs lors de la souscription des prêts.

Le graphique suivant synthétise la distribution des âges à la souscription :

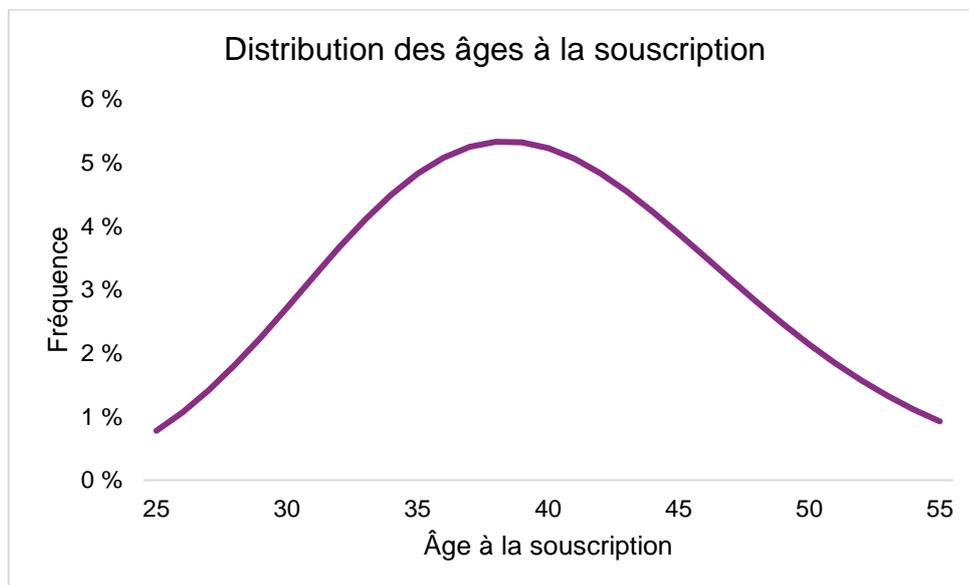


Figure 1. Distribution des âges à la souscription pour le modèle de 1999

La somme de la colonne fréquence n'est pas égale à un, et cela s'explique par le fait que la loi Gamma qui est une loi de probabilité est définie sur $[0; +\infty]$ et pas sur $[25; 55]$.

Dans un souci de simplicité pour les calculs à venir, la somme des fréquences doit avoir un poids total égal à 1. Ainsi le poids des individus est normalisé. Les résultats de la normalisation sont indiqués dans la colonne Fréquence corrigée. Dans la suite du mémoire, la colonne Fréquence corrigée sera utilisée comme la fréquence d'individus par âge à la souscription.

La colonne Fréquence corrigée s'obtient de la façon suivante : $\frac{\text{nombre de la colonne fréquence}}{\text{somme des valeurs de la colonne fréquence}}$

1.15.2 La distribution initiale des durées de prêt

La simulation de la durée initiale des prêts à la souscription est également basée sur l'étude de 1999 de la FFSA. La distribution est une loi Normale de moyenne 12 et d'écart type 3 : ces résultats sont indiqués dans la colonne Fréquence. Pour le modèle de 2020, les données proviennent des échanges avec les membres du groupe de travail. Ces données ne sont pas détaillées ici, toujours dans un souci de confidentialité.

La répartition de durées initiales des prêts est la suivante :

Durée initiale des prêts	Fréquence	Fréquence corrigée
5 ans	0,9 %	0,9 %
6 ans	1,8 %	1,8 %
7 ans	3,3 %	3,3 %
8 ans	5,5 %	5,5 %
9 ans	8,1 %	8,1 %
10 ans	10,6 %	10,7 %
11 ans	12,6 %	12,7 %
12 ans	13,3 %	13,4 %
13 ans	12,6 %	12,7 %
14 ans	10,6 %	10,7 %
15 ans	8,1 %	8,1 %
16 ans	5,5 %	5,5 %
17 ans	3,3 %	3,3 %
18 ans	1,8 %	1,8 %
19 ans	0,9 %	0,9 %
20 ans	0,4 %	0,4 %
21 ans	0,1 %	0,1 %
22 ans	0,1 %	0,1 %
23 ans	0,0 %	0,0 %
24 ans	0,0 %	0,0 %
25 ans	0,0 %	0,0 %

Tableau 6. Distribution des durées initiales des prêts pour le modèle de 1999

Le tableau se lit de la façon suivante : les prêts de durée initiale 10 ans représentent 10,7 % de prêts.

Le graphique suivant synthétise la distribution des durées initiales des prêts.

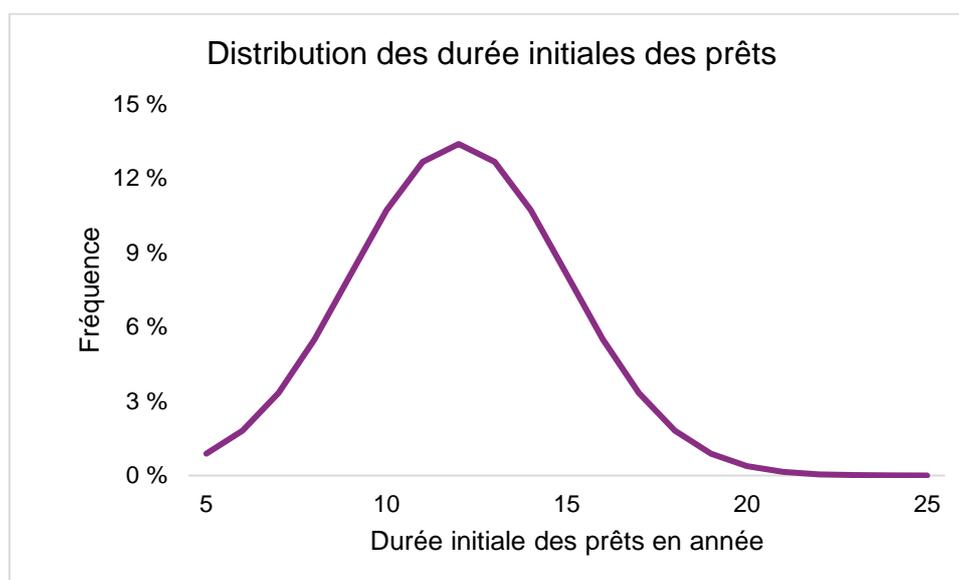


Figure 2. Distribution des durées initiales des prêts pour le modèle de 1999

Pour la même raison que pour la distribution des âges à la souscription, une normalisation des poids des individus est appliquée à la distribution des durées initiales des prêts.

La colonne « Fréquence corrigée » s'obtient de la façon suivante : $\frac{\text{nombre de la colonne fréquence}}{\text{somme des valeurs de la colonne fréquence}}$.

Dans la suite du mémoire, la colonne Fréquence corrigée sera utilisée comme fréquence de durée initiale de prêt.

1.15.3 Les hypothèses de rachat de prêt

Afin de prendre en compte le rachat des contrats emprunteurs dans le modèle de 2020, une loi de rachat a été implémentée avec les valeurs suivantes :

Année de maturité du prêt	Taux de rachat pour l'année	Loi de rachat cumulé
Année 0	10 %	90 %
Année 1	4 %	86 %
Année 2	4 %	83 %
Année 3	4 %	80 %
Année 4	4 %	76 %
Année 5	4 %	73 %
Année 6	4 %	70 %
Année 7	4 %	68 %
Année 8	4 %	65 %
Année 9	4 %	62 %
Année 10	4 %	60 %
Année 11	4 %	57 %
Année 12	4 %	55 %
Année 13	4 %	53 %
Année 14	4 %	51 %
Année 15	4 %	49 %
Année 16	4 %	47 %
Année 17	4 %	45 %
Année 18	4 %	43 %
Année 19	4 %	41 %
Année 20	4 %	40 %
Année 21	4 %	38 %
Année 22	4 %	37 %
Année 23	4 %	35 %
Année 24	8 %	32 %
Année 25	8 %	30 %

Tableau 7. Loi de rachat des prêts en 2020

La lecture suivante du tableau peut être effectuée : lors de la quatrième année d'emprunt, 4 % des emprunteurs effectuent un rachat de prêt et seulement 76 % des emprunteurs sont encore présents lors de cette année de maturité du prêt.

Pour rappel :

- Le taux de rachat propre à la période j est noté : μ_j
- La loi de rachat cumulée à la période j , se note de la façon suivante : δ_j . Ce qui peut se traduire par la probabilité pour un individu d'être encore présent.
- La loi de rachat cumulée s'obtient de la façon suivante : $\delta_j = \delta_{j-1} \times (1 - \mu_j)$. Avec $\delta_0 = 1 - \mu_0$.

1.15.4 Les paramètres de sinistralité

Les paramètres de sinistralité des contrats sont les suivants.

- **Dans le modèle de 1999**, les hypothèses de sinistralité sont les suivantes :
 - Tables de mortalité : la TV 88-90. Cette table est notée en annexe.
 - Table de maintien en incapacité, invalidité, table de passage en invalidité : les tables du BCAC de 1993.
- **Dans le modèle de 2020**, les hypothèses de sinistralité sont les suivantes :
 - Tables de mortalité : une table mixte composée à partir de 60 % d'une table TH 00-02 et 40 % d'une TF 00-02. La table mixte est disponible en annexe.
 - Table de maintien en incapacité, invalidité, table de passage en invalidité : les tables du BCAC de 2013.
- **Le taux d'entrée en arrêt de travail** pour une durée supérieure à trois mois, de moyenne 1 % pondérée par une croissance en fonction des âges est le suivant :

Âge	Fréquence d'entrée en arrêt de travail
25 ans	0,54 %
26 ans	0,57 %
27 ans	0,60 %
28 ans	0,63 %
29 ans	0,67 %
30 ans	0,70 %
31 ans	0,73 %
32 ans	0,76 %
33 ans	0,79 %
34 ans	0,82 %
35 ans	0,86 %
36 ans	0,89 %
37 ans	0,91 %
38 ans	0,94 %
39 ans	0,97 %
40 ans	1,00 %
41 ans	1,03 %
42 ans	1,06 %
43 ans	1,09 %
44 ans	1,13 %
45 ans	1,16 %
46 ans	1,21 %
47 ans	1,25 %
48 ans	1,30 %
49 ans	1,36 %
50 ans	1,41 %
51 ans	1,48 %
52 ans	1,56 %
53 ans	1,63 %
54 ans	1,71 %
55 ans	1,80 %
56 ans	1,89 %
57 ans	1,98 %
58 ans	2,08 %
59 ans	2,19 %
60 ans	2,30 %

Tableau 8. Fréquences d'entrée en arrêt de travail supérieure à 3 mois par âge

La lecture du tableau est la suivante : un individu âgé de 47 ans a une probabilité de 1,25 % d'entrer en arrêt de travail d'une durée supérieure à 3 mois.

L'évolution des fréquences est la suivante :

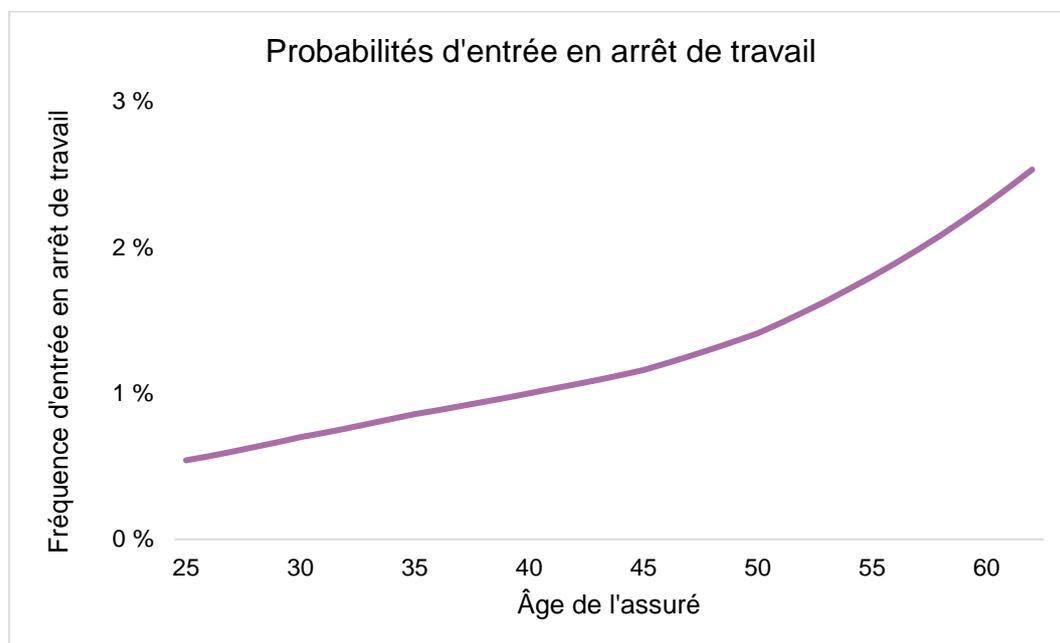


Figure 3. Fréquence d'entrée en arrêt de travail

1.15.5 Les paramètres des prêts

Les paramètres des prêts sont les suivants :

	Modèle de 1999	Modèle de 2020
Capital initial	100 000 €	100 000 €
Taux d'intérêt	6 %	1 %
Taux d'actualisation	3 %	0 %
Méthode de remboursement	Annuité constante	Annuité constante

Tableau 9. Paramètres des prêts

1.16 Synthèse

Ce chapitre permet de présenter les modèles, leurs paramètres, la méthode d'agrégation et les procédures de mutualisation des PRC.

Les paramètres proviennent de données publiques et dans certains cas pour le modèle de 2020 des échanges avec les membres du groupe de travail.

Par ailleurs, ce chapitre permet d'introduire des indicateurs pour les PRC et le taux de prime pour un portefeuille emprunteur. L'objectif de ces indicateurs est de permettre une comparaison de l'évolution des PRC et du taux de prime sur un portefeuille suite à différentes études de sensibilité.

Le chapitre suivant s'intéresse aux études de sensibilités sur la PRC et le taux de prime.

Études de sensibilité des provisions pour risques croissants et du taux de prime

L'objectif des études de sensibilité de ce chapitre est d'analyser les variations du taux de prime et de la PRC à la suite de modifications sur :

- Les paramètres de prêt ;
- Les méthodes de tarification ;
- Les hypothèses de sinistralité ;
- Les procédures de mutualisation.

Pour effectuer les études de sensibilité, la méthode suivante a été mise en place : dans un premier temps, le modèle de 1999 a été implémenté, puis les paramètres sont changés un par un avec les paramètres de 2020.

Le ratio PRC / primes est également indiqué, cela permet d'effectuer des comparaisons sans tenir compte du montant emprunté.

Dans cette section, la PRC et le taux de prime désignent respectivement la PRC moyenne et le taux de prime moyen. Par ailleurs, un plancher à zéro est en place sur la PRC moyenne, afin de garantir des provisions positives. Lorsque le plancher a été mis en place sur une PRC cela sera précisé.

Pour rappel, la dénomination « modèle de 1999 » désigne le modèle sur le portefeuille emprunteur simulé avec les paramètres de 1999, et la dénomination « modèle de 2020 » désigne le modèle avec les paramètres de 2020. Par ailleurs, la dénomination « Données GT 2020 » désigne les paramètres du modèle de 2020 issus des échanges avec les membres du groupe de travail.

1.17 Étude de sensibilité pour le risque décès

Cette section présente les études de sensibilité effectuées sur le risque décès. Par conséquent, l'acronyme PRC désigne la PRC pour le risque décès quand cela n'est pas déjà précisé.

1.17.1 Les hypothèses

Les hypothèses associées à la garantie décès sont les suivantes :

- Le décès de l'assuré intervient en milieu de période ;
- Le paiement de la prime s'effectue en début de période ;
- La tarification est exprimée en pourcentage du capital restant dû ;
- La procédure de mutualisation retenue par défaut est celle pour un risque donné ;
- Indépendance entre la garantie décès et la garantie arrêt de travail.

1.17.2 Les résultats

Dans un premier temps, l'objectif est de se rapprocher de l'étude de 1999 de la FFSA.

Les résultats de l'étude de la FFSA sont les suivants :

Taux de prime	PRC décès	PRC décès/cotisation
0,20 %	110 €	113 %

Tableau 10. Résultats de l'étude de 1999 pour le risque décès

À la suite de la mise en place du modèle, les résultats suivants sont obtenus :

Taux de prime	PRC décès	PRC décès/cotisation
0,20 %	74 €	101 %

Tableau 11. Résultats obtenus pour le modèle de 2020 pour le risque décès

La comparaison des résultats montre que le taux de prime est identique mais que le montant de la PRC est différent. L'écart au niveau de la PRC peut s'expliquer par la méthode d'agrégation des primes et des PRC retenue dans notre étude et qui n'est pas détaillée dans la note de l'étude de 1999.

1.17.3 Études de sensibilité

Afin d'analyser les impacts des différents paramètres, des études de sensibilité ont été mises en place. Les paramètres suivants du modèle de 1999 ont été changés un par un avec des paramètres du modèle de 2020, plus adaptés à la conjoncture du marché.

	Modèle de 1999	Modèle de 2020
Table de mortalité	TV 88-90	TH/TF 00-02
Taux d'intérêt	6 %	1 %
Taux d'actualisation	3 %	0 %
Distribution des âges à la souscription	Loi Gamma (25 ; 1,6)	Donnée GT 2020

Tableau 12. Liste des paramètres pour les études de sensibilité pour le risque décès

Des études de sensibilités ont également été réalisées sur l'impact :

- Des lois de rachat ;
- Des procédures de mutualisation des PRC ;

1.17.3.1 Résultats des études de sensibilité aux nouveaux taux d'intérêt et d'actualisation

Nouveaux paramètres	Taux de prime	PRC décès	PRC décès/Primes
Étude de 1999	0,20 %	74 €	101 %
Taux d'intérêt 1 %	0,19 %	59 €	95 %
Taux d'actualisation 0 %	0,21 %	104 €	137 %

Tableau 13. Sensibilité de la PRC et du taux de prime au taux d'intérêt et au taux d'actualisation pour le risque décès et tarification en pourcentage du capital restant dû

La diminution du taux d'intérêt a comme impact une baisse du taux de prime et des PRC. En effet, la baisse du taux d'intérêt implique que les annuités sont moins élevées. Par conséquent, le montant d'indemnisation est plus faible ce qui implique une baisse du risque supporté par l'assureur.

La baisse du taux d'actualisation implique une faible hausse du taux de prime et de la PRC. En effet, la baisse du taux d'actualisation vient augmenter le montant des engagements, ce qui implique une augmentation des PRC et du taux de prime.

1.17.3.2 Sensibilités à la distribution des âges à la souscription

Nouveaux paramètres	Taux de prime	PRC décès	PRC décès/Primes
Étude de 1999	0,20 %	74 €	101 %
Âges données GT 2020	0,20 %	76 €	101 %

Tableau 14. Sensibilité de la PRC et du taux de prime à la distribution des âges et des durées de prêt pour le risque décès et tarification en pourcentage du capital restant dû

La distribution des âges de 2020 induit une plus grande proportion d'individus entre 25 ans et 33 ans et d'individus entre 47 ans et 55 ans. Or plus les individus sont jeunes moins ils présentent de sinistres. À l'inverse, plus les individus sont âgés plus ils présentent de sinistres. Le cumul des deux effets est une faible hausse de la sinistralité. Par conséquent la PRC augmente en proportion.

1.17.3.3 Sensibilité à la table de mortalité

Cette étude porte sur l'impact d'un changement de table de mortalité sur la PRC et le taux de prime.

Nouveaux paramètres	Taux de prime	PRC décès	PRC décès/Primes
TV 88/90	0,20 %	74 €	101 %
TH/TF 00-02	0,18 %	76 €	114 %

Tableau 15. Sensibilité de la PRC et du taux de prime à la table de mortalité pour le risque décès et tarification en pourcentage du capital restant dû

La nouvelle table de mortalité est une table mixte, calculée avec une pondération de 60 % sur la TH 00-02 et de 40 % de la TF 00-02. La table de l'étude de 1999 est une TV 88/90, ce qui correspond à une table de mortalité constituée à partir d'observations sur une population féminine entre 1988 et 1990. L'effet du changement de table est une baisse du taux de prime, qui s'explique par la hausse de l'espérance de vie entre 1990 et 2000. Toutefois, la table mixte présente une surmortalité par rapport à la TV 88/90 sur les âges de 63 ans à 75 ans, ce qui peut expliquer la hausse de la PRC liée à la nouvelle table.

L'interprétation suivante est également proposée : la hausse de la PRC liée à la nouvelle table de mortalité compense la baisse du taux de prime.

Le graphique ci-dessous compare les probabilités de décès entre le modèle de 1999 et celui de 2020.

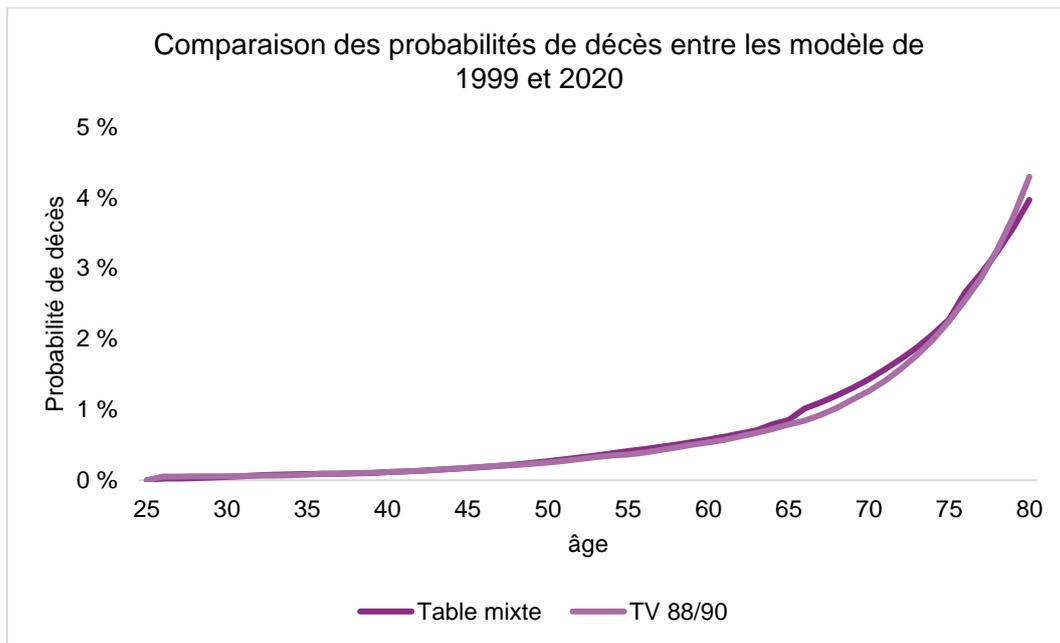


Figure 4. Comparaison des probabilités de décès entre le modèle de 1999 et celui de 2020

1.17.3.4 Sensibilités globales aux paramètres de 2020

Pour rappel, les paramètres des modèles de 2020 sont les suivants :

	Paramètres
Table de mortalité	TH/TF 00-02
Taux d'intérêt	1 %
Taux d'actualisation	0 %
Distribution des âges à la souscription	Donnée GT 2020
Distributions des durées des prêts	Donnée GT 2020

Tableau 16. Liste des paramètres pour le modèle de 2020

Le tableau ci-dessous présente la sensibilité globale du modèle de 1999 par rapport aux paramètres de 2020.

Nouveaux paramètres	Taux de prime	PRC décès	PRC décès/Primes
Modèle de 1999	0,20 %	74 €	101 %
Modèle de 2020	0,26 %	0 € ⁹	0 %

Tableau 17. Sensibilité de la PRC et du taux de prime aux paramètres de 2020 pour le risque décès et tarification en pourcentage du capital restant dû

L'ensemble des paramètres du modèle de 2020 impliquent une baisse de la sinistralité. Par conséquent, la PRC est moins élevée. Toutefois la hausse des prêts de longue durée dans le modèle de 2020 – supérieur à 20 ans – conduit à un taux de prime plus important.

⁹ Mis à zéro par l'introduction du plancher

1.17.3.5 Sensibilité à la procédure de mutualisation

Les différences de PRC moyenne en fonction de la procédure de mutualisation retenue sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Mutualisation	Taux de prime	PRC décès	PRC décès/Primes
Mutualisation pour un risque donné	0,23 %	0 € ¹⁰	0 %
Aucune mutualisation	0,23 %	23 €	31 %

Tableau 18. Sensibilité de la PRC aux procédures de mutualisation sur le modèle de 2020 et tarification en pourcentage du capital restant dû

Cette étude de sensibilité met en lumière le résultat suivant : plus il y a de mutualisation, moins il y a de PRC. En effet, s'il n'y a pas mutualisation alors les PRC positives et négatives ne se compensent plus. Cela conduit à une PRC plus importante. Par ailleurs, le changement de procédure de mutualisation ne modifie pas le taux de prime ce qui est cohérent puisqu'il ne dépend pas de la procédure de mutualisation retenue.

1.17.4 Exemple sur une tête

L'idée est de comparer l'évolution de la PRC et de la prime sur un prêt « moyen » entre le modèle de 1999 et celui de 2020 avec une tarification en pourcentage du capital restant dû. L'individu moyen retenu est un emprunteur de 40 ans qui emprunte 100 000 euros sur 10 ans.

Afin de conserver une vision sur une tête, ce contrat est considéré comme étant individuel. Autrement dit, la valeur actuelle probable de l'assuré et la prime sont déterminées avec le taux de prime propre au contrat.

Les paramètres du prêt sont les suivants :

	Modèle de 1999	Modèle de 2020
Table de mortalité	TV 88-90	TH/TF 00-02
Taux d'intérêt	6 %	1 %
Taux d'actualisation	3 %	0 %

Tableau 19. Paramètres du prêt sur une tête pour le risque décès

¹⁰ Mis à zéro par l'introduction du plancher

L'évolution de la PRC pour les modèles de 1999 et 2020, en fonction de la durée de vie du contrat est la suivante :

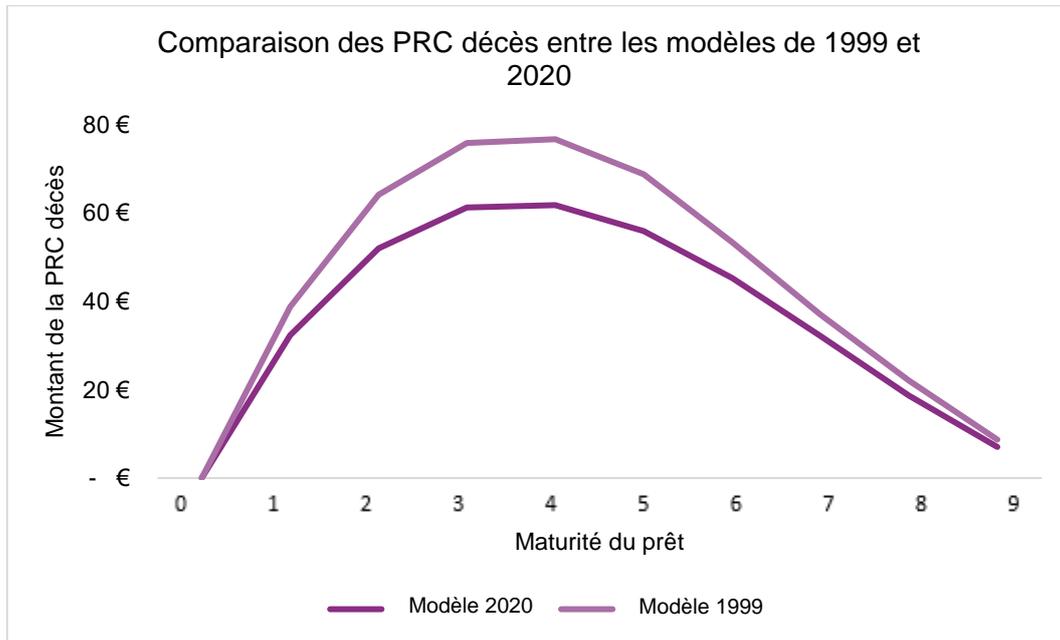


Figure 5. Comparaison des PRC décès avec une tarification en pourcentage du capital restant dû entre le modèle de 1999 et celui de 2020 pour le risque décès en pourcentage du capital restant dû

Ce graphique fait apparaître une PRC plus importante pour le modèle de 1999 que pour le modèle de 2020. En effet les paramètres de sinistralité sont moins importants pour le modèle de 2020 que celui de 1999. Ce qui implique une PRC moins élevée pour le modèle de 2020.

De plus les PRC des deux modèles sont positives alors que dans le cas des contrats collectifs elles sont négatives. Cela s'explique par la différence entre les taux de prime utilisés. Dans cette partie, le taux de prime utilisée est le taux de prime individuelle alors que dans la partie sur l'ensemble du portefeuille, le taux de prime utilisé est le taux de prime collective.

L'évolution de la prime pour les modèles de 1999 et de 2020 sur l'ensemble du contrat est la suivante :

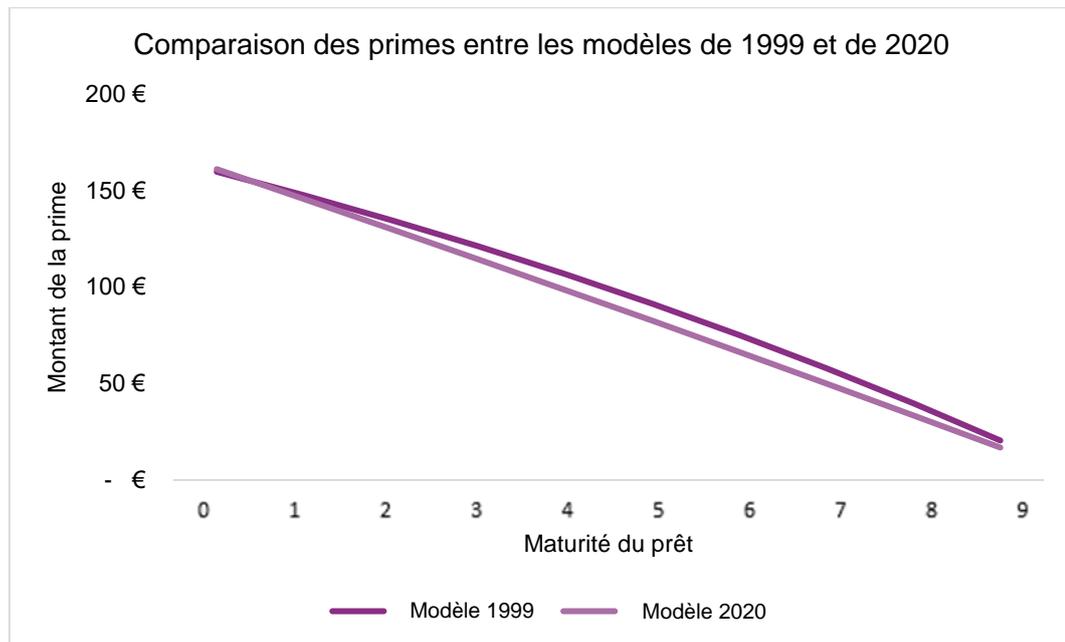


Figure 6. Comparaison des primes sur capital restant dû entre le modèle de 1999 et celui de 2020 pour le risque décès en pourcentage du capital restant dû

Le graphique met en évidence une prime moins importante pour le modèle de 2020 par rapport au modèle de 1999. Ce qui est cohérent puisque la sinistralité est plus faible pour le modèle de 2020. Par conséquent le taux de prime est moins important.

Ces résultats ne sont valables que sur une tête et pour ces profils précis. En effet, un autre prêt d'une durée de dix ans, mais sur un autre âge pourrait entraîner des résultats différents.

1.18 Sensibilité pour le risque arrêt de travail

Dans cette partie, seul le risque arrêt de travail est étudié. Par conséquent, la PRC désigne la PRC pour le risque arrêt de travail.

Le risque arrêt de travail comprend l'incapacité et l'invalidité. Comme dans la majorité des contrats emprunteurs, une franchise de trois mois est appliquée à ces garanties.

1.18.1 Les hypothèses

Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- Dans le modèle de 1999 une limite est fixée à 60 ans, ce qui signifie qu'après cet âge, les engagements de l'assureur et de l'assuré sont nuls. Cela s'explique par le fait que les tables du BCAC de 1993 s'arrêtent à 60 ans.
- Pour le modèle de 2020, l'âge limite est de 62 ans. Ce qui correspond aux âges de départ en retraite.
- Les sinistres sont supposés arriver en début de période.
- Les primes sont payées en début de période.
- La tarification est exprimée en pourcentage du capital restant dû.
- Indépendance entre la garantie décès et la garantie arrêt de travail.

Dans cette partie la procédure de mutualisation retenue est la mutualisation totale avec un plancher à zéro, c'est-à-dire que seules les PRC supérieures à zéro sont comptabilisées.

1.18.2 Les résultats

Notre premier objectif était de se caler sur les résultats de l'étude de 1999. Voici les résultats de l'étude de 1999 :

	Taux d'entrée en AT de 1 %	Taux d'entrée en AT de 1,5 %
Taux de prime	0,36 %	0,55 %
PRC arrêt de travail	123 €	123 €
PRC arrêt de travail / Prime	70 %	70 %

Tableau 20. Résultat de l'étude de 1999 pour le risque arrêt de travail

Un premier constat est qu'il y a une coquille dans la présentation des résultats de l'étude de 1999 : la PRC semble être erronée. En effet, lorsque le taux d'entrée en arrêt de travail est de 1 %, le taux de prime est de 0,36 % avec un ratio PRC sur prime de 70 %, et lorsque le taux d'entrée en arrêt de travail est de 1,5 %, le taux de prime augmente à 0,55 %, tandis que le ratio PRC / prime reste à 70 %. La hausse du taux de prime implique une hausse de la prime, mais dans le tableau, la PRC reste constante à 123 € pour le taux d'entrée en arrêt de travail de 1,5%. Cela permet de conclure qu'une coquille s'est glissée dans l'étude, mais sans savoir de quel côté.

L'implémentation du modèle a donné les résultats suivants :

	Taux d'entrée en AT de 1 %	Taux d'entrée en AT de 1,5 %
Taux de prime	0,36 %	0,55 %
PRC arrêt de travail	145 €	218 €
PRC arrêt de travail/Prime	143 %	143 %

Tableau 21. Résultats obtenus pour le modèle de 1999 pour le risque arrêt de travail

La comparaison de nos résultats avec l'étude de 1999 donne un écart pour le ratio PRC / Prime. Cet écart peut s'expliquer de la façon suivante :

- Les méthodes d'agrégation des PRC et des primes non détaillées dans l'étude de 1999.
- La gestion des âges limites non précisée dans l'étude de 1999.

Enfin, cette étude permet d'observer l'égalité entre le ratio PRC/prime malgré le changement de taux d'entrée en arrêt de travail.

1.18.3 Études de sensibilité pour le risque arrêt de travail

Afin d'étudier l'impact de chaque paramètre, sur la PRC et le taux de prime, des études de sensibilité ont été mises en place. Les paramètres de l'étude de 1999 ont été changés un par un avec des paramètres plus adaptés au marché de 2020. L'objectif est de pouvoir analyser l'impact de chaque paramètre sur le taux de prime et la PRC pour un même modèle.

	Étude de 1999	Nouvelle étude
Table de mortalité	TV 88-90	TH/TF 00-02
Table de maintien	BCAC 1993	BCAC 2013
Taux d'entré en AT	1 % / 1,5 % avec augmentation	1 % / 1,5 % avec augmentation
Taux d'intérêt	6 %	1 %
Taux d'actualisation	3,5 %	0 %
Distribution des âges à la souscription	Loi Gamma (25 ; 1,6)	Donnée GT 2020

Tableau 22. Liste des paramètres pour les études de sensibilité du risque arrêt de travail

Des études de sensibilités ont également été réalisées sur l'impact :

- De la fréquence d'entrée en arrêt de travail ;
- Des lois de rachat ;
- Des tables de maintien du BCAC ;
- Des procédures de mutualisation des PRC ;
- De la méthode de tarification : sur capital initial ou sur capital restant dû.

1.18.3.1 Sensibilité à la fréquence d'entrée en arrêt de travail

Le tableau ci-dessous présente les impacts de la fréquence d'entrée en arrêt de travail supérieur à trois mois. Dans la suite, par souci de simplicité, l'expression « fréquence d'entrée en arrêt de travail supérieure à trois mois » a été remplacée par « fréquence d'entrée en arrêt de travail » afin de simplifier la lecture du mémoire.

Fréquence d'entrée en AT	Taux de prime	PRC AT	PRC AT/Prime
1 % croissance réelle	0,36 %	145 €	143 %
1 % croissance constante	0,24 %	130 €	137 %
1 % partout	0,28 %	88 €	115 %
1,5 % croissance réelle	0,55 %	218 €	143 %

Tableau 23. Sensibilité du taux de prime et de la PRC au taux d'entrée en arrêt de travail pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Les fréquences d'entrée en arrêt de travail correspondent aux implémentations suivantes :

Le 1 % croissance réelle correspond à une fréquence d'entrée en arrêt de travail supérieur à 3 mois avec 1 % à 40 ans. Les variations suivantes sont ensuite appliquées :

- +3 % par an de 40 à 45 ans ;
- +4 % par an de 45 à 50 ans ;
- +5 % par an de 50 à 60 ans ;
- -3 % par an de 40 à 35 ans ;
- -4 % par an de 35 à 30 ans ;
- -5 % par an de 30 à 25 ans.

Le 1 % croissance constante correspond à une fréquence d'entrée en arrêt de travail supérieur à 3 mois avec 1 % à 40 ans. Les variations suivantes sont ensuite appliquées :

- +3 % par an de 40 à 60 ans ;
- -3 % par an de 40 à 25 ans.

Le 1 % croissance partout correspond à une fréquence d'entrée en arrêt de travail supérieur à 3 mois de 1 % pour tous les âges de 25 à 60 ans.

Le 1,5 % croissance réelle est équivalent à 1 % croissance réelle, mais avec une fréquence d'entrée en arrêt de travail supérieur à trois mois à 40 ans de 1,5 %.

Le premier constat est que les taux de prime et la PRC sont très sensibles à la fréquence d'entrée en arrêt de travail. Ce résultat est vrai, que ce soit vis-à-vis de la méthode de croissance de la fréquence d'entrée en arrêt de travail ou bien du choix de la fréquence d'entrée en arrêt de travail à 40 ans : 1 % ou 1,5 %.

Un autre résultat est l'égalité entre le ratio PRC/prime avec une fréquence d'entrée en arrêt de travail de 1 % et une fréquence d'entrée en arrêt de travail de 1,5 % pour une même méthode de croissance de la fréquence d'entrée en arrêt de travail.

1.18.3.2 Sensibilité aux autres paramètres

Nouveaux paramètres	Taux de prime	PRC AT	PRC AT / Primes
Étude de 1999	0,36 %	145 €	143 %
Taux d'intérêt 1 %	0,29 %	117 €	156 %
Taux d'actualisation 0 %	0,38 %	174 €	164 %
BCAC 2013	0,34 %	134 €	141 %
TH/TF 00-02	0,36 %	145 €	143 %

Tableau 24. Sensibilité de la PRC et du taux de prime aux nouveaux paramètres pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

La baisse du taux d'intérêt entraîne une diminution du taux de prime et de la PRC. En effet, la baisse du taux d'intérêt implique une baisse des annuités. Par conséquent, le montant à indemniser est moins élevé, ce qui engendre un risque plus faible.

La baisse du taux d'actualisation implique une hausse du taux de prime et de la PRC. Cela s'explique par la hausse des engagements pour l'incapacité et l'invalidité pour l'assureur, liée à la baisse de l'actualisation des engagements.

L'impact du changement de table du BCAC entre celles de 1993 et celle de 2013 est une baisse du taux de prime et de la PRC. Cela peut s'expliquer par les progrès de la médecine en vingt ans, qui ont entraîné une baisse de la sinistralité.

L'impact du changement de table de mortalité est quasi nul. Ce faible impact s'explique par le fait que l'étude de 1999 utilise comme table la TV 88-90 qui correspond à une table de mortalité réalisée avec des observations entre 1988 et 1990 sur les femmes. Alors que pour de le modèle de 2020, la table de mortalité est constituée de la façon suivante 60 % d'une TH 00-02 et 40 % d'une TF 00-02. Par conséquent, le taux de mortalité entre les deux tables est quasi identique comme le montre le graphique ci-dessous. Par ailleurs la table de mortalité a un impact assez faible puisque dans cette étude de sensibilité, seule la PRC du risque arrêt de travail est étudiée.

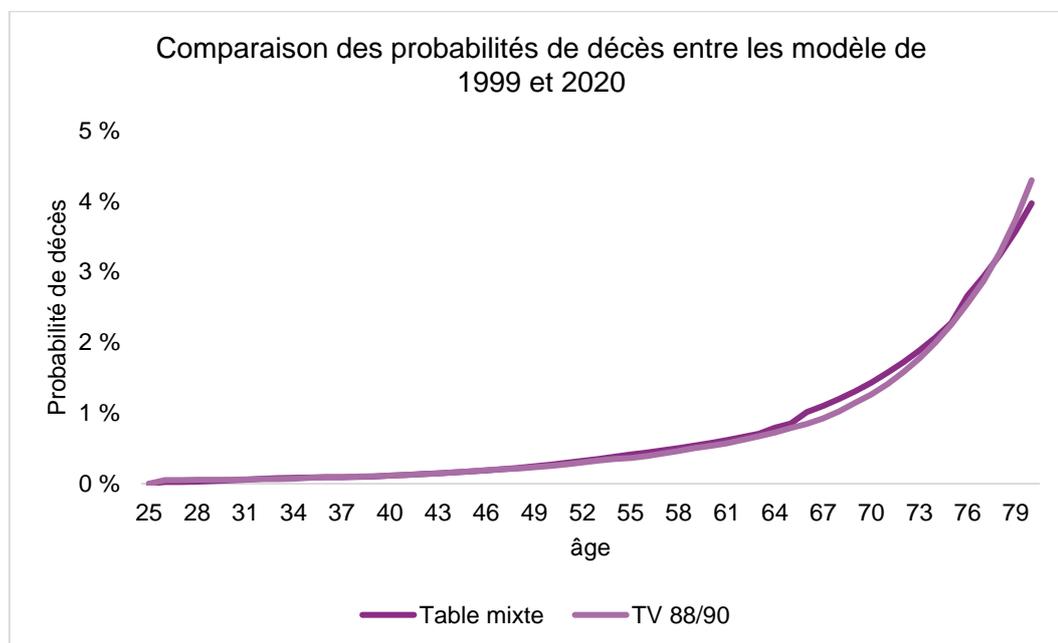


Figure 7. Comparaison des probabilités de décès entre le modèle de 1999 et celui de 2020

Les résultats précédents permettent donc de conclure que chacun des paramètres a un impact plus ou moins important sur le taux de prime et sur la PRC finale. En revanche, l'impact du changement de paramètres n'est pas très important pour le ratio PRC/Primes.

1.18.3.3 Sensibilité globale aux paramètres de 2020

Cette étude de sensibilité a été réalisée en prenant comme paramètres ceux du modèle de 2020. La tarification est exprimée en pourcentage du capital restant dû.

Les paramètres sont les suivants :

	Paramètres du modèle
Table de mortalité	TH/TF 00-02
Table de maintien	BCAC 2013
Taux d'entrée en AT	1 % / 1,5 % avec augmentation
Taux d'intérêt	1 %
Taux d'actualisation	0 %
Distribution des âges à la souscription	Donnée GT 2020
Distributions des durées des prêts	Donnée GT 2020

Tableau 25. Paramètres de tarifications pour le modèle de 2020 du risque arrêt de travail

Modèle	Fréquence d'entrée AT	Taux de prime	PRC AT	PRC AT / Primes
Modèle de 1999	1 %	0,36 %	145 €	143 %
Modèle de 2020	1 %	0,21 %	120 €	186 %
Modèle de 1999	1,5 %	0,55 %	218 €	143 %
Modèle de 2020	1,5 %	0,32 %	180 €	186 %

Tableau 26. Sensibilité de la PRC et du taux de prime aux données de 2020 pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Le tableau permet de constater la tendance suivante entre les modèles de 1999 et celui de 2020 : une baisse du taux de prime et de la PRC. La baisse du taux de prime et de la PRC s'explique notamment par la baisse du taux d'intérêt, la nouvelle distribution des âges et la baisse de la sinistralité.

Par ailleurs, le tableau met en évidence que le ratio PRC/primes reste stable pour le modèle de 2020 avec le changement de fréquence d'entrée en arrêt de travail.

1.18.3.4 Sensibilité à la hausse des âges limites des garanties

Pour le modèle de 2020, les tables du BCAC proposent des âges limites supérieurs à ceux des tables de 1999. Par conséquent, il est possible de relever les âges limites pour les garanties de 60 à 62 ans.

Âge limite	Fréquence d'entrée AT	Taux de prime	PRC AT	PRC/Primes
60 ans	1 %	0,21 %	120 €	186 %
62 ans	1 %	0,22 %	146 €	214 %
60 ans	1,5 %	0,32 %	180 €	186 %
62 ans	1,5 %	0,34 %	219 €	214 %

Tableau 27. Sensibilité de la PRC et du taux de prime à la hausse des âges limites pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

La hausse des âges limites pour la garantie arrêt de travail a comme impact une hausse du taux de prime et des PRC. En effet, plus les individus sont âgés plus leur sinistralité est importante. Ainsi, une hausse des âges limites des garanties induit une hausse de la sinistralité et donc du taux de prime et des PRC.

1.18.3.5 Sensibilité à la procédure de mutualisation des provisions pour risques croissants

Le tableau suivant présente les PRC pour le modèle de 2020 avec une tarification en pourcentage du capital restant dû en fonction des différents niveaux de mutualisation retenus.

Niveau de compensation	Fréquence d'entrée en AT	Taux de prime	PRC	PRC/Prime
Mutualisation pour un risque donné	1 %	0,22 %	146 €	214 %
Aucune mutualisation			163 €	239 %
Mutualisation pour un risque donné	1,5 %	0,34 %	219 €	214 %
Aucune mutualisation			245 €	239 %

Tableau 28. Sensibilité de la PRC à la mutualisation retenue pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Le tableau permet de faire le constat suivant : plus il y a de mutualisation moins la PRC est importante. En effet, s'il n'y a pas mutualisation alors les PRC positives et négatives ne se compensent plus, ce qui conduit à une PRC moyenne plus importante.

1.18.3.6 Sensibilité à la méthode de tarification

Les résultats suivants sont établis avec les paramètres de 2020. L'objectif est d'observer les impacts sur la PRC et le taux de prime en fonction de quel pourcentage (capital restant dû ou capital initial) la prime est exprimée.

Tarification sure :	Fréquence d'entrée en AT	Taux de prime	PRC AT	PRC/Primes
Capital restant dû	1 %	0,22 %	146 €	214 %
Capital initial	1 %	0,16 %	105 €	153 %

Tableau 29. Sensibilité de la PRC et du taux de prime à la méthode de tarification pour le risque arrêt de travail sur le modèle de 2020

Dans notre modèle, la tarification sur capital initial entraîne un montant total de prime plus élevé sur l'ensemble du contrat alors que le risque ne change pas. Par conséquent, la PRC est moins élevée dans le cas d'une tarification sur capital initial.

1.18.4 Exemple sur une tête

L'idée est de comparer l'évolution de la PRC et de la prime entre le modèle de 1999 et celui de 2020 avec une tarification en pourcentage du capital restant dû. L'individu de référence est un individu de 40 ans qui emprunte 100 000 € sur 10 ans.

Les paramètres des prêts sont les suivants :

	Modèle de 1999	Modèle de 2020
Table de mortalité	TV 88-90	TH/TF 00-02
Table de maintien	BCAC 1993	BCAC 2013
Taux d'entrée en AT	1 % croissance réelle	1 % croissance réelle
Taux d'intérêt	6 %	1 %
Taux d'actualisation	3,5 %	0 %

Tableau 30. Liste des paramètres pour un prêt sur une tête

1.18.4.1 Évolution avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

L'objectif est de comparer l'évolution des primes et des PRC pour un prêt sur le capital restant dû pour les modèles de 1999 et 2020. L'évolution de la PRC est la suivante

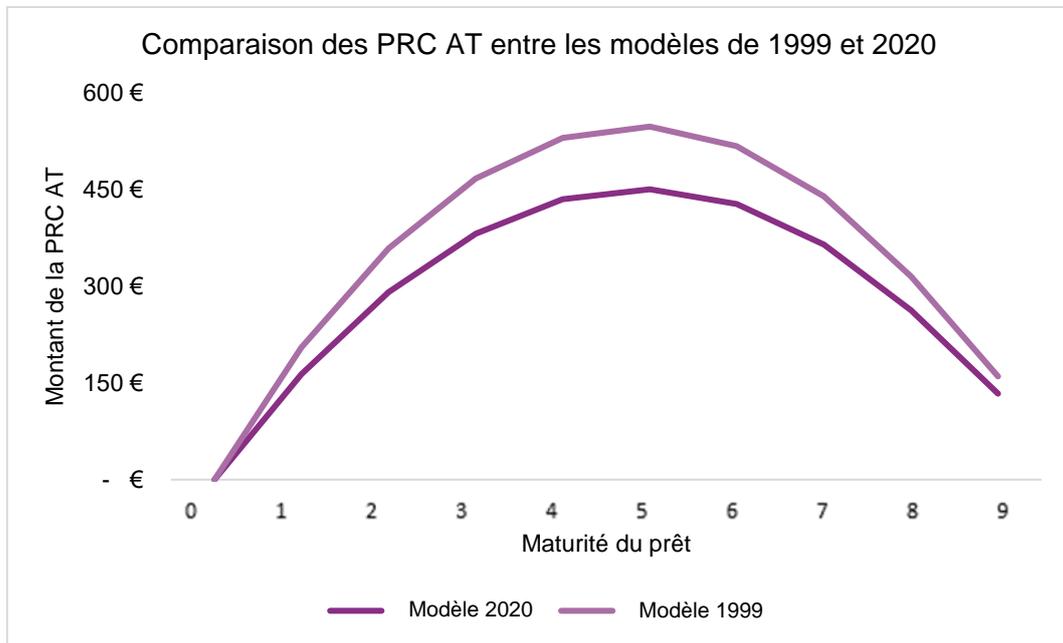


Figure 8. Comparaison des PRC arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû en fonction des modèles de 1999 et 2020

La PRC est moins importante pour le modèle de 2020 que pour le modèle de 1999. Cela s'explique par la baisse de la sinistralité entre les deux modèles.

L'évolution de la prime sur la durée du prêt entre les deux modèles est la suivante :

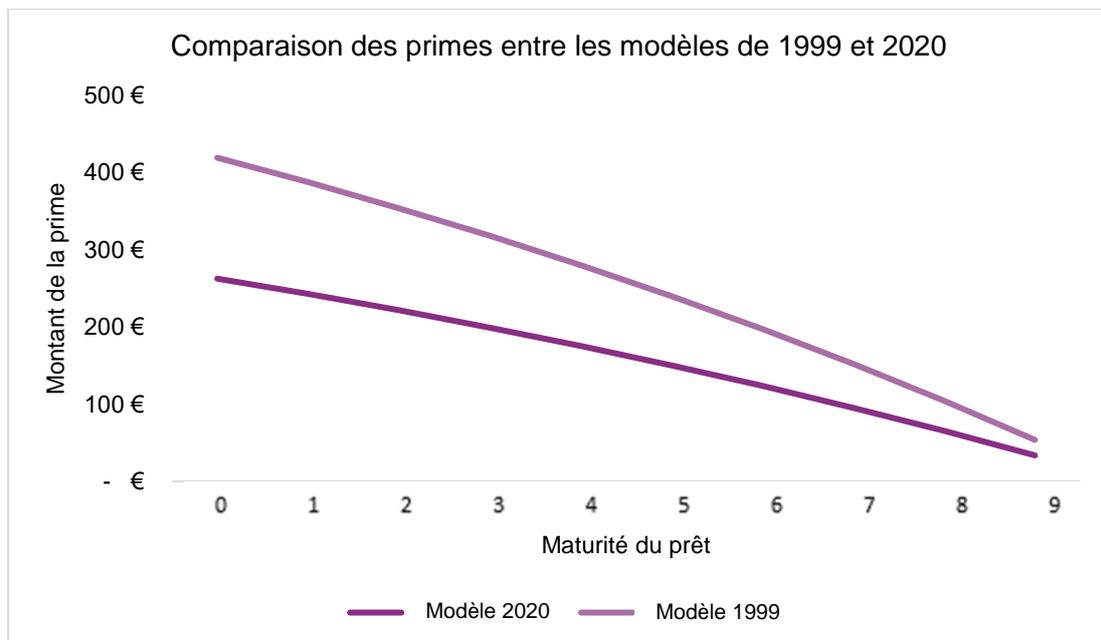


Figure 9. Comparaison des primes du risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû en fonction des modèles de 1999 et 2020

La prime est moins importante pour le modèle de 2020 que pour le modèle de 1999. Cela s'explique par la baisse de la sinistralité entre les deux modèles.

Ces résultats ne sont valables que pour un prêt sur une tête avec les mêmes paramètres. En effet, un autre âge avec une durée similaire peut engendrer des résultats différents.

1.19 Synthèse

Les études de sensibilité de ce chapitre permettent de conclure qu'il existe plusieurs leviers pour agir sur le montant de la PRC :

- *Premier levier : la méthode de tarification. En effet, dans notre modèle, la tarification en pourcentage du capital initial induit un montant total de prime plus important alors que le risque ne change pas. Par conséquent, le montant de PRC est moins important avec une tarification en pourcentage du capital initial.*
- *Second levier : le niveau de mutualisation des PRC. En effet plus le niveau de mutualisation est important et plus le montant de PRC est faible.*
- *Troisième levier : le choix des paramètres de tarification. Certains paramètres ont un impact important, sur le montant de la PRC notamment le taux d'intérêt, la fréquence d'entrée en arrêt de travail et le taux d'actualisation. Cependant, ce dernier levier doit être utilisé en concordance avec la réalité du marché.*

Un dernier résultat pour cette partie est que pour un même portefeuille d'assurés, le montant global de la PRC peut être différent en fonction de la procédure de mutualisation retenue.

Pour rappel, la PRC moyenne est un indicateur du niveau de PRC d'un portefeuille emprunteur, mais en aucun cas une PRC comptable.

Il reste une dernière étape à nos travaux : étudier la rentabilité et donc le déroulé temporel du résultat technique d'un contrat et d'un portefeuille sur sa durée.

Simulation d'un compte de résultat

Afin d'étudier l'impact des PRC sur la rentabilité d'un assureur, un compte de résultat technique pur a été simulé en prenant une approche comptable. L'objectif de ce chapitre est d'étudier les variations du résultat technique sur la durée de vie d'un ou plusieurs contrats à la suite de différentes études de sensibilité. Les études de sensibilité portent sur l'impact :

- Des lois de rachat ;
- Des changements de sinistralité ;
- Des différentes procédures de mutualisation des PRC.

Dans ce chapitre, l'objectif n'est plus d'analyser les variations de la PRC agrégée, mais celle de la PRC de chaque période. Cela permet d'étudier la rentabilité pure d'un ou plusieurs contrats emprunteurs en fonction de la maturité des contrats. Par ailleurs, l'objectif étant d'étudier les PRC comptables, cela implique que seules les PRC positives ou nulles sont inscrites dans le compte de résultat. En effet, une provision représente, l'engagement futur de l'assureur vis-à-vis de l'assuré. Ainsi, une provision négative signifie que la prime couvre déjà le risque assuré. Il n'y a donc pas de raison de constituer une provision. Par conséquent, un plancher à zéro est introduit sur les PRC.

La dénomination « sinistralité réelle » représente la sinistralité qui se produit réellement.

Pour les études de sensibilité, les hypothèses suivantes sont introduites.

- i. Dans les études de sensibilité, les paramètres de sinistralité utilisés pour la tarification sont différents de ceux utilisés pour la sinistralité réelle. Cette hypothèse permet d'obtenir un résultat technique positif permettant ainsi de se rapprocher de la réalité.
- ii. Lorsque la sinistralité réelle est différente de celle utilisée pour la tarification, l'assureur va utiliser la sinistralité réelle pour calculer ses PRC. L'hypothèse suivante est alors formulée : l'assureur constitue immédiatement une table de mortalité ou de maintien adaptée à la sinistralité réelle. Cette nouvelle table est utilisée pour le calcul des PRC. Ainsi, le montant des PRC suit parfaitement le risque réellement supporté par l'assureur. Cette hypothèse a un objectif simplificateur, ce qui induit un écart avec la réalité. En effet, la mise en place d'une table adaptée à la sinistralité observée sur le marché correspond à la constitution d'une table d'expérience. Or, pour être certifiée et donc pouvoir être utilisée pour le calcul des provisions, une table d'expérience doit être homologuée ce qui peut prendre du temps. Une dernière hypothèse est que l'assureur ne modifie pas le montant des primes même après le constat de la baisse de sinistralité. La même hypothèse est formulée pour les lois de rachat.

Ce chapitre s'articule de la façon suivante : une première partie porte sur un compte de résultat pour un seul contrat et une seconde partie sur un compte de résultat pour un portefeuille emprunteur.

1.20 Présentation du compte de résultat

Le compte de résultat technique pur qui a été retenu pour ce mémoire est composé : des primes, des sinistres et de la variation des provisions techniques : les PRC. Dans ce cas, le résultat technique correspond à la différence entre les primes encaissées les sinistres versés et les PRC constituées. Le compte de résultat n'inclut pas : le placement des provisions, les autres provisions techniques et les frais.

1.20.1 Le compte de résultat technique sur une tête

Cette section détaille la construction d'un compte de résultat technique pur pour un seul contrat.

1.20.1.1 La forme du compte de résultat

Ainsi, le compte de résultat pour un prêt de N années à la forme suivante :

		Période 0	Période 1	...	Période N
Primes	Primes perçues	P_0	P_1	...	P_N
Sinistres	Sinistres	S_0	S_1	...	S_N
Provisions techniques	PRC arrêt de travail de début de période	$PRC AT_0$	$PRC AT_1$...	$PRC AT_N$
	PRC arrêt de travail de fin de période	$PRC AT_1$	$PRC AT_2$...	0 €
	PRC décès de début de période	$PRC DC_0$	$PRC DC_1$...	$PRC DC_N$
	PRC décès de fin de période	$PRC DC_1$	$PRC DC_2$...	0 €
Résultat	Résultat technique	R_0	R_1	...	R_N

Tableau 31. Modèle de compte de résultat technique pur pour une tête

1.20.1.2 Les composantes du compte de résultat

Les notations nécessaires pour le calcul de la prime perçue, des sinistres et des PRC sont rappelées :

- δ_j est la loi de rachat cumulée à la période j du prêt. δ_j représente donc la probabilité que l'individu soit encore présent à la période j .
- ${}_j p_x$ est la probabilité pour un individu d'âge x d'atteindre l'âge $x + j$. Si l'individu est âgé de x années à la signature du prêt, alors ${}_j p_x$ est la probabilité pour l'individu d'être toujours en vie à la période j du prêt.
- τ_x^N , le taux de prime pour un individu qui emprunte à l'âge x pour un prêt d'une durée de N années.

La prime perçue correspond au montant de prime probable que l'assureur touchera à chaque période. Elle est notée P_j pour la période j . Cette prime est obtenue à partir de la prime pure de la maquette, cette prime pure est notée PP_j . Le calcul de la prime perçue tient compte de la probabilité pour l'individu de payer effectivement sa prime. C'est-à-dire, que le calcul prend en considération la probabilité de décès de l'individu et la probabilité de rachat du contrat entre la signature du contrat et la période considérée.

Pour un individu d'âge x qui souscrit un prêt de N années, la prime perçue, inscrite à la période j dans le compte de résultat est calculée de la façon suivante :

- Dans le cas des contrats collectifs :

$$P_j = CRD_j \times {}_j p_x \times \tau \times \delta_j$$
- Dans le cas des contrats individuels :

$$P_j = CRD_j \times {}_j p_x \times \tau_x^N \times \delta_j$$

Les sinistres correspondent au montant des prestations probables que l'assureur va verser à chaque période. Les sinistres de la période j sont notés S_j .

Afin de calculer le montant des sinistres probables, les notations suivantes sont introduites :

- $freq_{x+j}$ la probabilité pour un individu qui souscrit un prêt à l'âge x d'entrer en arrêt de travail à la période j du prêt pour une période supérieure à 3 mois. L'individu est donc âgé de $x + j$ années.
- $S_{incap_{x+j}(franchise)}$ représente le montant de sinistre à prévoir pour un individu qui entre en incapacité à l'âge $x + j$ sachant que le contrat induit une franchise.
- $S_{inval_{x+j}(franchise)}$ représente le montant de sinistre à prévoir pour un individu qui entre en invalidité à l'âge $x + j$ sachant que le contrat induit une franchise.

Une première méthode consiste à calculer l'engagement propre à chaque période.

- Pour la partie décès, les sinistres sont calculés de la façon suivante :

$$S_j = {}_j p_x \times q_{x+j} \times CRD_j \times \delta_j$$

- Pour la partie arrêt de travail, les sinistres sont calculés de la façon suivante :

$$S_j = {}_j p_x \times freq_{x+j} \times \{S_{incap_{x+j}(franchise)} + S_{inval(franchise)_{x+j}}\} \times \delta_j$$

Une seconde méthode consiste à déterminer le montant de sinistre de chaque période au moyen de la valeur actuelle probable de l'assureur.

- Pour la garantie décès et la garantie arrêt de travail, le montant des sinistres peut être calculé de la façon suivante :

$$S_j = (VAP_j^{assureur} - VAP_{j+1}^{assureur}) \times \delta_j$$

Et pour la période N :

$$S_N = VAP_N^{assureur} \times \delta_j$$

Après avoir vérifié que les deux méthodes sont bien équivalentes, la seconde méthode a été retenue dans un souci de simplicité.

Les provisions techniques sont composées des PRC pour le risque décès et des PRC pour le risque arrêt de travail. Afin de calculer son résultat technique, l'assureur utilise la variation de la PRC. Cela correspond à la différence entre la PRC de début de période et la PRC de fin de période. En effet, la variation de la provision correspond au montant à provisionner sur la période en fonction de la précédente provision. Les PRC sont issues des maquettes arrêt de travail et décès.

La PRC pour le risque arrêt de travail

À la période j du prêt :

- La PRC arrêt de travail de début de période est la PRC arrêt de travail constituée à la période j , noté $PRC AT_j$
- La PRC arrêt de travail de fin de période correspond à la PRC arrêt de travail constituée à la période $j + 1$, notée $PRC AT_{j+1}$. Si le prêt est de durée N années alors la $PRC AT_{N+1}$ est bien entendu nulle.

La variation de la PRC arrêt de travail à la période j est notée : $\Delta_j^{PRC AT}$,

$$\Delta_j^{PRC AT} = PRC AT_j - PRC AT_{j+1}, \text{ avec } PRC AT_j \text{ la PRC arrêt de travail à la période } j.$$

Si le prêt est de durée N années alors, $\Delta_N^{PRC AT} = PRC AT_N$

La PRC pour le risque décès

La distinction pour la PRC décès de début et de fin de période est identique à celle pratiquée pour la PRC arrêt de travail.

La variation de la PRC décès à la période j est notée : $\Delta_j^{PRC DC}$.

La variation de la PRC décès s'obtient de la façon suivante : $\Delta_j^{PRC DC} = PRC DC_j - PRC DC_{j+1}$, avec $PRC DC_j$ la PRC décès à la période j . Si le prêt est de durée N années alors $\Delta_N^{PRC DC} = PRC DC_N$

La variation globale des provisions

La variation globale des provisions correspond à la somme des variations de la PRC arrêt de travail et de la variation de la PRC décès. En fonction de la procédure de mutualisation retenue, le calcul global de la variation des provisions diffère. La variation globale des provisions est notée $\Delta_j^{provisions}$.

- Dans le cas d'une mutualisation globale :

$$\Delta_j^{provisions} = \max(\Delta_j^{PRC AT} + \Delta_j^{PRC DC}; 0)$$

- Dans le cas d'aucune mutualisation :

$$\Delta_j^{provisions} = \max(\Delta_j^{PRC AT}; 0) + \max(\Delta_j^{PRC DC}; 0)$$

Le résultat technique pour la période j est noté R_j . La formule de calcul est la façon suivante :

$$R_j = P_j - S_j - \Delta_j^{provisions}$$

1.21 Compte de résultat sur une tête

1.21.1 Les paramètres du prêt sur une tête

L'objectif est de créer un compte de résultat pour un assuré avec un profil moyen. Les paramètres retenus sont ceux du modèle de 2020 :

Âge	40 ans
Durée du prêt	10 ans
Montant de l'emprunt	100 000 €
Méthode de remboursement	Annuité constante
Tarif en pourcentage	Du Capital restant dû
Taux d'emprunt	1 %
Taux technique	0 %
Table de mortalité pour la tarification	TH 00 - 02
Table de mortalité pour les sinistres	TF 00 - 02
Loi de rachat	Non

Tableau 32. Liste des paramètres pour les prêts sur une tête

L'échéancier du prêt pour un emprunt avec ces paramètres est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Capital restant dû	100 000 €	92 413 €	84 371 €	75 847 €	66 811 €	57 233 €	47 080 €	36 318 €	24 910 €	12 818 €
Intérêt	1 000 €	904 €	808 €	710 €	612 €	512 €	412 €	311 €	209 €	105 €
Remboursement	9 558 €	9 654 €	9 750 €	9 848 €	9 946 €	10 046 €	10 146 €	10 248 €	10 350 €	12 454 €
Annuité	10 558 €	10 558 €	10 558 €	10 558 €	10 558 €	10 558 €	10 558 €	10 558 €	10 558 €	10 558 €

Tableau 33. Tableau d'amortissement pour un assuré de 40 ans souscrivant un prêt de 10 ans avec le modèle de 2020

1.21.2 Pour la partie décès

Dans un premier temps, seule la garantie décès est étudiée. Etant donné qu'il n'y a qu'un seul risque et un seul assuré il n'y a pas de mutualisation.

1.21.2.1 Résultat avec les paramètres initiaux

En prenant les paramètres ci-dessus les PRC obtenues sont les suivantes :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PRC décès	0 €	- 51 €	- 87 €	- 107 €	- 113 €	- 108 €	- 92 €	- 67 €	- 40 €	-16 €

Tableau 34. PRC du risque décès avec les paramètres de base sur une tête et tarification en pourcentage du capital restant dû

Or dans un compte de résultat comptable il n'est pas possible inscrire une provision inférieure à zéro. Par conséquent, un plancher à zéro sur les PRC est introduit et le compte de résultat est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	204 €	185 €	165 €	144 €	124 €	104 €	83 €	63 €	42 €	21 €
Sinistres	- 70 €	- 69 €	- 68 €	- 66 €	- 63 €	- 58 €	- 51 €	- 42 €	- 31 €	- 17 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	135 €	116 €	97 €	78 €	62 €	46 €	32 €	20 €	11 €	4 €

Tableau 35. Compte de résultat technique du risque décès avec les paramètres de base sur une tête et tarification en pourcentage du capital restant dû

Le premier constat est que le résultat technique est positif à chaque période. Cela s'explique par une sinistralité plus faible pour les sinistres que pour celle retenue pour la tarification et par l'absence de frais.

1.21.2.2 Changement de la sinistralité

Cette étude présente les conséquences d'une baisse de la sinistralité sur le compte de résultat. Ainsi, pour les sinistres la table retenue est la TF 00-02 avec un abattement de 20 %, ce qui implique une baisse de la sinistralité par rapport aux paramètres de base. Conformément aux hypothèses, le changement sur le compte de résultat s'effectue au niveau des sinistres et des PRC -qui sont ici inférieures à zéro donc non-comptabilisées.

Le compte de résultat devient :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	204 €	185 €	165 €	144 €	124 €	104 €	83 €	63 €	42 €	21 €
Sinistres	- 56 €	- 55 €	- 54 €	- 53 €	- 50 €	- 46 €	- 41 €	- 34 €	- 25 €	- 14 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	149 €	130 €	110 €	91 €	74 €	57 €	42 €	29 €	17 €	7 €

Tableau 36. Impact de la baisse de la sinistralité sur le compte de résultat technique sur une tête et tarification en pourcentage du capital restant dû

La baisse de la sinistralité entraîne un résultat technique plus important à chaque période. Ce qui est cohérent puisque le montant de la prime ne change pas, mais le montant des sinistres est plus faible.

1.21.2.3 Sensibilités aux lois de rachat

Dans cette étude l'hypothèse est que les lois de rachat ne sont pas prises en compte pour la construction du tarif, mais que dans la réalité du marché les assurés effectuent des rachats de prêts conformes aux données proposées par le groupe de travail.

Les PRC restent négatives et le compte de résultat est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	204 €	185 €	165 €	144 €	124 €	104 €	83 €	63 €	42 €	21 €
Sinistres	- 63 €	- 56 €	- 50 €	- 44 €	- 37 €	- 31 €	- 25 €	- 19 €	- 12 €	- 6 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	141 €	134 €	114 €	99 €	87 €	72 €	58 €	43 €	30 €	15 €

Tableau 37. Compte de résultat avec loi de rachat sur le marché pour le risque décès sur une tête et tarification en pourcentage du capital restant dû

La non-prise en compte des lois de rachat dans l'élaboration du tarif induit un résultat technique plus important qu'avec les paramètres de base. Cela s'explique par des sinistres moins importants qu'avec les paramètres de base. En effet, les rachats des prêts impliquent une sévérité plus faible puisque le montant d'indemnisation est moins important suite aux rachats des assurés.

Dans le cas contraire, si les lois de rachat sont prises en compte dans l'élaboration du tarif, mais que dans la réalité du marché il n'y en a pas, le compte de résultat est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	189 €	162 €	137 €	114 €	93 €	74 €	56 €	40 €	26 €	12 €
Sinistres	- 70 €	- 69 €	- 68 €	- 66 €	- 63 €	- 58 €	- 51 €	- 42 €	- 31 €	- 17 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	119 €	93 €	69 €	44 €	29 €	16 €	5 €	-2 €	- 5 €	- 6 €

Tableau 38. Compte de résultat avec loi de rachat non prise en compte pour le risque décès et une tarification en pourcentage du capital restant dû

Ce compte de résultat permet de mettre en évidence que les PRC et les sinistres sont identiques qu'avec les hypothèses des bases. Cela s'explique par l'hypothèse que l'assureur adapte immédiatement le calcul des provisions avec la réalité du marché. Cependant, les primes sont plus faibles que précédemment, puisque l'assureur avait prévu des sinistres avec une sévérité moins importante liée aux rachats. Par conséquent, le résultat technique plus faible voire en perte sur les dernières périodes. Si le résultat technique est en perte uniquement sur les dernières périodes, cela s'explique par le décalage plus important sur les dernières périodes entre la loi de rachat cumulée supposée et la loi de rachat cumulée réelle qui est nulle.

1.21.3 Pour la partie arrêt de travail

Pour la partie arrêt de travail, les paramètres sont les suivants :

Âge	40 ans
Durée du prêt	10 ans
Montant de l'emprunt	100 000 €
Méthode de remboursement	Annuité constante
Tarif en pourcentage	Du Capital restant dû
Taux d'emprunt	1 %
Franchise	3 mois
Taux technique	0 %
Table de mortalité pour la tarification	TH 00 - 02
Table de mortalité pour les sinistres	TF 00 - 02
Table de maintien	BCAC 2013
Loi de rachat	Non
Fréquence d'entrée en arrêt de travail	1 % avec croissance
Fréquence d'entrée en arrêt de travail	0,8 % avec croissance

Tableau 39. Paramètres pour le risque arrêt de travail

1.21.3.1 Résultat avec les paramètres de base

Pour la garantie arrêt de travail, les PRC sont les suivantes :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PRC	0 €	130 €	232 €	305 €	348 €	360 €	342 €	292 €	210 €	107 €

Tableau 40. PRC du risque arrêt de travail avec les paramètres de base sur une tête et une tarification en pourcentage du capital restant dû

Le compte de résultat technique est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	320 €	289 €	258 €	227 €	195 €	163 €	131 €	98 €	66 €	33 €
Sinistres	- 125 €	- 129 €	- 134 €	- 138 €	- 143 €	- 149 €	- 155 €	- 161 €	- 156 €	- 133 €
PRC début de période	0 €	130 €	232 €	305 €	348 €	360 €	342 €	292 €	210 €	107 €
PRC fin de période	130 €	232 €	305 €	348 €	360 €	342 €	292 €	210 €	107 €	0 €
Résultat technique	64 €	58 €	52 €	45 €	39 €	32 €	26 €	20 €	13 €	7 €

Tableau 41. Compte de résultat pour le risque arrêt de travail avec les paramètres de base sur une tête et une tarification en pourcentage du capital restant dû

Le résultat technique est positif à chaque période, cela s'explique par l'absence de frais et la différence entre les paramètres de tarification et de sinistralité.

1.21.3.2 Non-comptabilisation de la PRC

Dans le cas où un assureur ne comptabilise pas les PRC, le compte de résultat est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	320 €	289 €	258 €	227 €	195 €	163 €	131 €	98 €	66 €	33 €
Sinistres	- 125 €	- 129 €	- 134 €	- 138 €	- 143 €	- 149 €	- 155 €	- 161 €	- 156 €	- 133 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	195 €	160 €	124 €	90 €	52 €	14 €	- 24 €	- 63 €	- 96 €	- 100 €

Tableau 42. Compté de résultat pour le risque arrêt de travail sans comptabilisation de la PRC et une tarification en pourcentage du capital restant dû

Le graphique ci-dessous compare les évolutions des résultats techniques avec et sans pris en compte de la PRC.

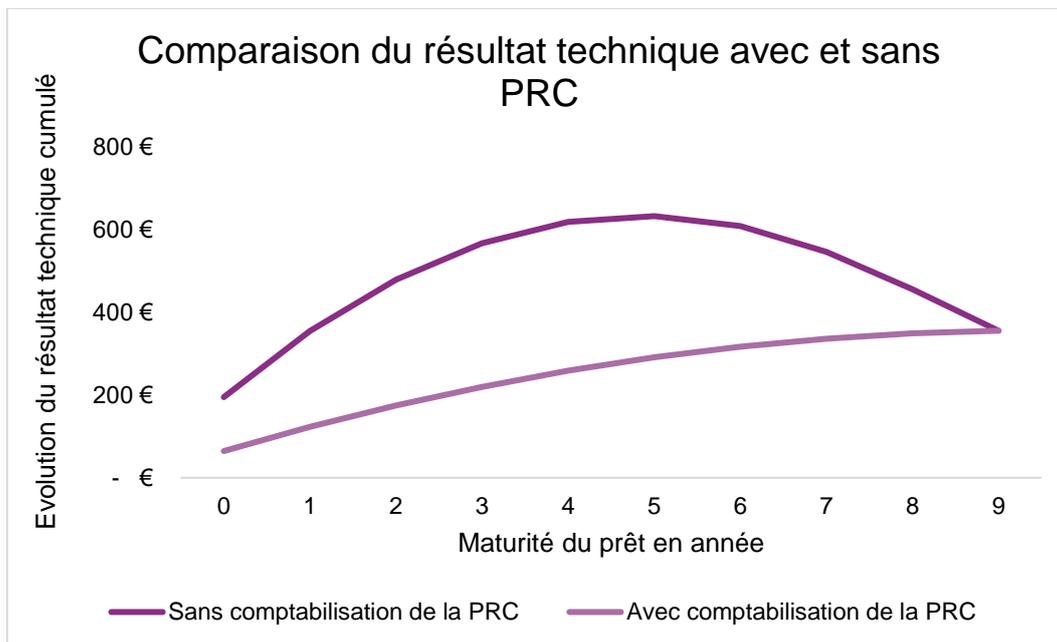


Figure 10 Comparaison de l'évolution du résultat technique cumulé avec et sans PRC avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Ce graphique met en évidence que le résultat technique cumulé est le même à l'échéance du prêt que les PRC soient comptabilisées ou pas. La différence porte donc sur le résultat technique de chaque période. Cela permet d'affirmer que la PRC permet de lisser le résultat technique de l'assureur dans le temps. Par ailleurs, les PRC permettent une lecture comptable des risques réellement supportés par l'assureur. Cependant en ne prenant pas en compte les PRC l'assureur va obtenir un résultat plus intéressant si l'assuré effectue un rachat de prêt.

1.21.3.3 Changement de la sinistralité

Cette partie présente l'impact d'une baisse de la sinistralité sur le résultat technique. La sinistralité observée sur le marché est celle de la table de mortalité TF 00-02 plus un abattement de 20 % sur la probabilité d'entrée en incapacité.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	320 €	289 €	258 €	227 €	195 €	163 €	131 €	98 €	66 €	33 €
Sinistres	- 109 €	- 113 €	- 117 €	- 121 €	- 126 €	- 130 €	- 135 €	- 141 €	- 137 €	- 116 €
PRC début de période	0 €	114 €	203 €	267 €	304 €	315 €	299 €	255 €	184 €	93 €
PRC fin de période	114 €	203 €	267 €	304 €	315 €	299 €	255 €	184 €	93 €	0 €
Résultat technique	97 €	87 €	78 €	68 €	58 €	49 €	39 €	29 €	19 €	10 €

Tableau 43. Compte de résultat du risque arrêt de travail avec une baisse de la sinistralité et une tarification en pourcentage du capital restant dû

La baisse de la sinistralité implique un résultat technique plus important par rapport au modèle de base. En effet, la prime ne change pas, mais le montant des sinistres est plus faible et le montant des PRC est moins élevé.

1.21.4 Compte commun pour la garantie arrêt de travail et la garantie décès

L'objectif du compte de résultat commun est d'étudier l'impact du niveau de mutualisation entre les PRC du risque décès et les PRC du risque arrêt de travail sur le compte de résultat dans le cadre d'un seul contrat qui souscrit aux deux garanties.

Les niveaux de mutualisation étudiés sont :

- La mutualisation globale ;
- Aucune mutualisation.

Les paramètres de prêt, de sinistralité et les caractéristiques individuelles sont les suivants :

Âge	40 ans
Durée du prêt	10 ans
Montant de l'emprunt	100 000 €
Méthode de remboursement	Annuité constante
Tarif en pourcentage	Du Capital restant dû
Taux d'emprunt	1 %
Franchise	3 mois
Taux technique	0 %
Table de mortalité pour la tarification	TH 00 - 02
Table de mortalité pour les sinistres	TF 00 - 02
Table de maintien	BCAC 2013
Loi de rachat	Non
Fréquence d'entrée en arrêt de travail pour la tarification	1 % avec croissance
Fréquence d'entrée en arrêt de travail pour la sinistralité	0,8 % avec croissance

Tableau 44. Paramètres pour la tarification individuelle

1.21.4.1 Pour le décès

Les PRC et le compte de résultat des deux risques sont les suivants. Les PRC négatives sont volontairement précisées puisque l'objectif est de les mutualiser avec des PRC positives.

- Les PRC du risque décès,

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PRC décès	0 €	- 51 €	- 87 €	- 107 €	- 113 €	- 108 €	- 92 €	- 67 €	- 40 €	-16 €

Tableau 45. PRC du risque décès avec une tarification sur capital restant dû sur une tête

- Le compte de résultat, avec le plancher à zéro sur les PRC négatives :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	204 €	185 €	165 €	144 €	124 €	104 €	83 €	63 €	42 €	21 €
Sinistres	- 70 €	- 69 €	- 68 €	- 66 €	- 63 €	- 58 €	- 51 €	- 42 €	- 31 €	- 17 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	135 €	116 €	97 €	78 €	62 €	46 €	32 €	20 €	11 €	4 €

Tableau 46. Compte de résultat du risque décès avec tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête

1.21.4.2 Pour l'arrêt de travail

- La PRC du risque arrêt de travail

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PRC	0 €	130 €	232 €	305 €	348 €	360 €	342 €	292 €	210 €	107 €

Tableau 47. PRC du risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête

- Le compte de résultat

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	320 €	289 €	258 €	227 €	195 €	163 €	131 €	98 €	66 €	33 €
Sinistres	- 125 €	- 129 €	- 134 €	- 138 €	- 143 €	- 149 €	- 155 €	- 161 €	- 156 €	- 133 €
PRC début de période	0 €	130 €	232 €	305 €	348 €	360 €	342 €	292 €	210 €	107 €
PRC fin de période	130 €	232 €	305 €	348 €	360 €	342 €	292 €	210 €	107 €	0 €
Résultat technique	64 €	58 €	52 €	45 €	39 €	32 €	26 €	20 €	13 €	7 €

Tableau 48. Compte de résultat du risque arrêt de travail avec tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête

1.21.4.3 Aucune mutualisation

Dans le cas où il n'y a pas de mutualisation : seules les provisions positives de chaque risque sont comptabilisées dans le compte de résultat commun.

Pour cette procédure de mutualisation, les PRC sont les suivantes :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PRC DC + AT	0 €	130 €	232 €	305 €	348 €	360 €	342 €	292 €	210 €	107 €

Tableau 49. PRC décès et arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et aucune mutualisation

Le compte de résultat pour cette mutualisation est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	525 €	474 €	423 €	371 €	319 €	267 €	214 €	161 €	107 €	54 €
Sinistres	- 195 €	- 198 €	- 202 €	- 205 €	- 206 €	- 207 €	- 206 €	- 203 €	- 187 €	- 150 €
PRC début de période	0 €	130 €	232 €	305 €	348 €	360 €	342 €	292 €	210 €	107 €
PRC fin de période	130 €	232 €	305 €	348 €	360 €	342 €	292 €	210 €	107 €	0 €
Résultat technique	199 €	174 €	148 €	124 €	100 €	78 €	58 €	39 €	23 €	10 €

Tableau 50. Compte de résultat pour le risque arrêt de travail et le risque décès avec aucune mutualisation et une tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête

1.21.4.4 Mutualisation globale

Dans le cas d'une mutualisation globale, les provisions des deux risques à chaque période sont additionnées puis un plancher à zéro est appliqué sur les provisions du compte de résultat commun.

Avec cette mutualisation les PRC deviennent :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PRC DC + AT	0 €	79 €	146 €	198 €	234 €	252 €	250 €	224 €	170 €	91 €

Tableau 51. PRC décès et arrêt de travail issues d'une tarification en pourcentage du capital restant dû avec une mutualisation globale

Le compte de résultat est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Primes	525 €	474 €	423 €	371 €	319 €	267 €	214 €	161 €	107 €	54 €
Sinistres	- 195 €	- 198 €	- 202 €	- 205 €	- 206 €	- 207 €	- 206 €	- 203 €	- 187 €	- 150 €
PRC début de période	0 €	79 €	146 €	198 €	234 €	252 €	250 €	224 €	170 €	91 €
PRC fin de période	79 €	146 €	198 €	234 €	252 €	250 €	224 €	170 €	91 €	0 €
Résultat technique	251 €	209 €	169 €	130 €	95 €	62 €	34 €	12 €	6 €	1 €

Tableau 52. Compte de résultat pour le risque décès et le risque arrêt de travail avec une mutualisation globale et une tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête

Le graphique suivant synthétise les PRC en fonction de la procédure de mutualisation :

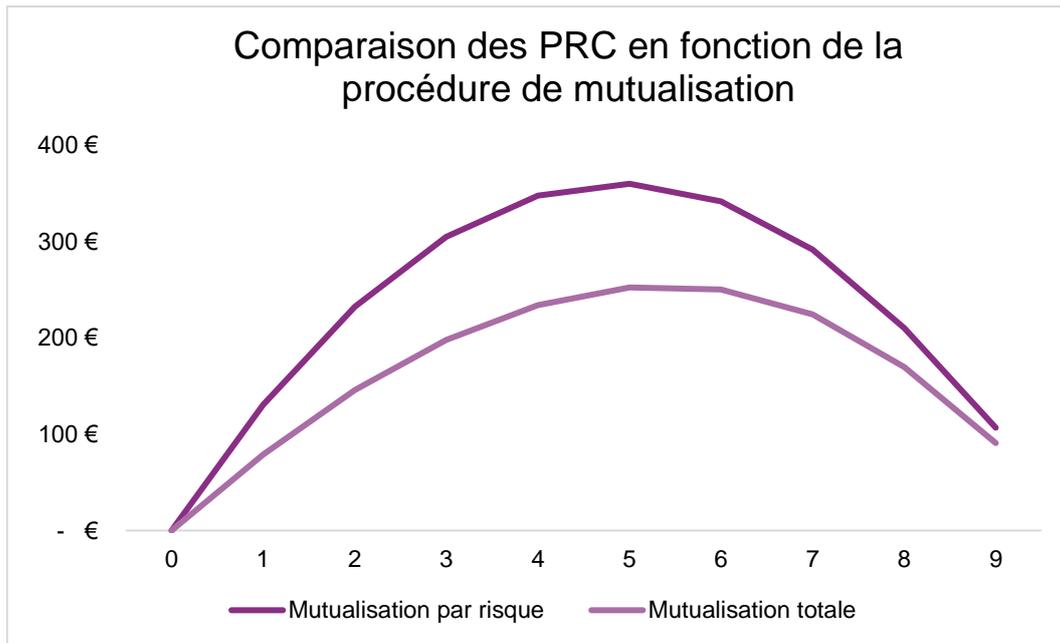


Figure 11. Évolution de la PRC sur une tête pour une tarification en pourcentage du capital restant dû avec comparaison des procédures de mutualisation sur une tête

Ce graphique permet de constater que la mutualisation globale implique une PRC moins importante que lorsqu'il n'y a pas de mutualisation. En effet dans le cas de la mutualisation globale les PRC négatives du risque décès compensent en partie les PRC positives du risque arrêt de travail. Par conséquent le montant total des PRC est moins important.

Le graphique suivant synthétise l'évolution du résultat technique cumulé en fonction de la méthode de tarification.

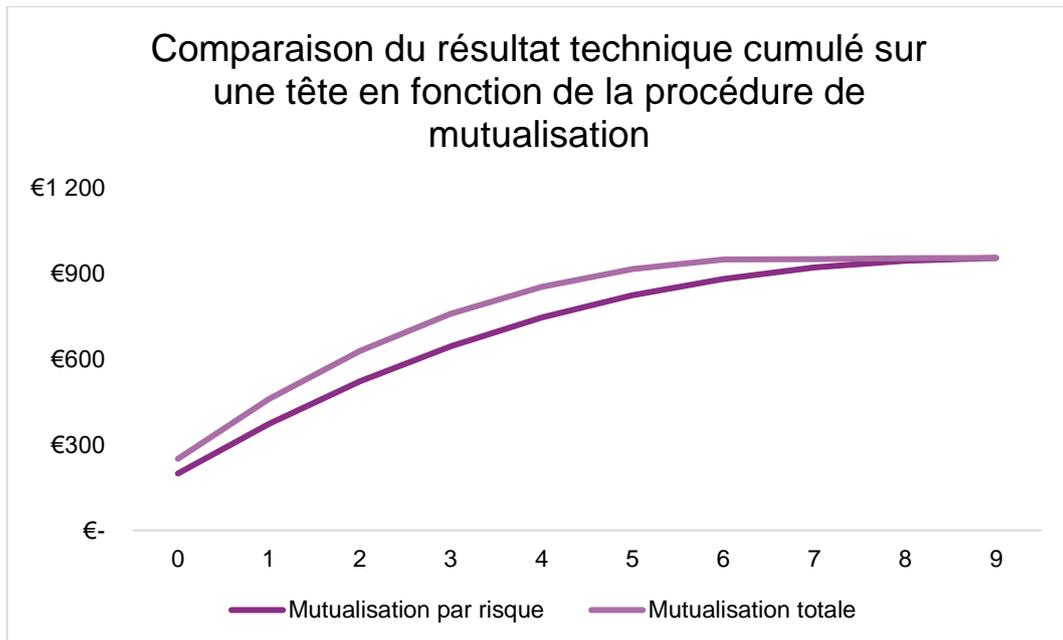


Figure 12. Évolution du résultat technique sur une tête pour une tarification en pourcentage du capital restant dû avec comparaison des procédures de mutualisation sur une tête

Ce graphique permet de constater que la mutualisation globale donne un résultat technique supérieur sur certaines périodes par rapport au cas où il n'y a pas de mutualisation. Ce résultat découle du fait que les PRC impactent négativement le résultat technique d'un assureur. Toutefois à l'issue du contrat, les sommes des résultats techniques cumulés sont équivalentes (955 €).

Ainsi pour un même contrat emprunteur qui couvre le décès et l'arrêt de travail des résultats techniques différents peuvent être observés sur certaines périodes du contrat en fonction de la procédure de mutualisation retenue.

1.22 Calcul avec l'ensemble du portefeuille

Pour cette partie l'objectif est d'analyser l'évolution d'un compte de résultat pour un portefeuille d'assuré. Le compte de résultat est effectué depuis la période initiale des contrats et pour l'ensemble de leur durée de vie. Afin d'étudier un portefeuille précis d'assurance emprunteur, l'hypothèse suivante est formulée : il n'y a pas d'entrée dans le portefeuille. Cette hypothèse permet d'avoir une vision prospective d'un portefeuille fermé.

La forme du compte de résultat est identique à celle définie dans la partie sur une tête. Afin de considérer l'ensemble des individus et des paramètres de prêt, une méthode d'agrégation d'un compte de résultat sur une tête a été mise en place.

1.22.1 Méthode d'agrégation pour le compte de résultat

La méthode d'agrégation permet de déterminer les primes, les sinistres et les provisions de chaque période pour l'ensemble du portefeuille. Ces résultats sont appelés : les primes agrégées par période, les sinistres agrégés par période et les PRC agrégées par période.

Afin de déterminer la prime agrégée par période, les étapes suivantes sont effectuées :

- i. Dans un premier temps, la prime agrégée de la période j pour les prêts d'une durée de N années est calculée. Elle s'obtient par la somme de la pondération des primes perçues de la période j pour les prêts de durée initiale N années par la fréquence de l'âge de l'individu à la souscription.
- ii. Dans un second temps, la prime agrégée pour la période j est calculée. Elle s'obtient en effectuant la somme de la pondération des primes agrégées de la période j pour les prêts de durée N années par la fréquence des prêts de durée initiale N années.

La méthode est identique pour le calcul de la PRC et des sinistres.

1.22.1.1 Les éléments du compte de résultat

Pour le calcul des primes agrégées par période, cette méthode reprend la prime perçue obtenue dans le compte de résultat sur une tête. La prime perçue individuelle de la période j , pour un individu d'âge x qui souscrit un prêt pour une durée de N années est noté $P_j^{N,x}$. La méthode de calcul de la prime perçue individuelle est décrite dans la section précédente.

- Dans un premier temps le calcul pour la prime agrégée de la période j pour les prêts d'une durée de N années est effectué de la façon suivante, cette prime est notée P_j^N

$$P_j^N = \sum_{x=25}^{55} P_j^{N,x} \times \text{fréquence d'individu d'âge } x \text{ à la souscription}$$

- Ensuite la prime agrégée pour la période j noté : $P_j^{\text{agrégée}}$ est calculée.

$$P_j^{\text{agrégée}} = \sum_{N=5}^{25} P_j^N \times \text{fréquence des prêts de durée } N \text{ années}$$

Pour les sinistres agrégés de chaque période, cette méthode reprend le montant de sinistre du compte de résultat sur une tête. Le sinistre de la période j , pour un individu qui souscrit un prêt à l'âge x , pour une durée de N années est noté $S_j^{N,x}$. La méthode d'agrégation est identique à celle de la prime.

- Dans un premier temps le calcul, du sinistre de la période j pour les prêts d'une durée initiale N années est effectué. Le sinistre obtenu est noté S_j^N .

Avec

$$S_j^N = \sum_{x=25}^{55} S_j^{N,x} \times \text{fréquence d'individu d'âge } x \text{ à la souscription}$$

- Le sinistre agrégé pour la période j est calculé de la façon suivante :

$$S_j^{\text{agrégé}} = \sum_{N=5}^{25} S_j^N \times \text{fréquence des prêt de durée } N \text{ années}$$

Pour les PRC agrégées. Cette méthode reprend le montant de la PRC du compte de résultat sur une tête. La PRC de la période j , pour un individu qui souscrit un prêt à l'âge x , pour une durée initiale de N années est noté $PRC_j^{N,x}$. La méthode d'agrégation est la même que pour les parties précédentes.

Étant donné que la méthode de calcul est la même pour le risque décès et le risque arrêt de travail, les calculs sont présentés sous une forme générale. Lorsqu'une distinction sera nécessaire cela sera précisé dans les notations.

- Dans un premier temps la PRC de la période j pour les prêts de durée initiale N années est calculée. La PRC obtenue est notée PRC_j^N .

Avec

$$PRC_j^N = \sum_{x=25}^{55} PRC_j^{N,x} \times \text{fréquence d'individu d'âge } x \text{ à la souscription}$$

- La PRC agrégée pour la période j est calculée de la façon suivante :

$$PRC_j^{\text{agrégée}} = \sum_{N=5}^{25} PRC_j^N \times \text{fréquence des prêts de durée } N \text{ année}$$

Enfin le résultat technique de la période j est calculé de la façon suivante :

$$R_j = P_j^{\text{agrégée}} + S_j^{\text{agrégé}} + \Delta PRC_j^{\text{agrégée}}$$

Le compte de résultat pour l'ensemble du portefeuille est nommé compte de résultat agrégé et sa forme est la suivante :

		Période 0	Période 1	...	Période N
Primes	Primes perçues	$P_0^{\text{agrégée}}$	$P_1^{\text{agrégée}}$...	$P_N^{\text{agrégée}}$
Sinistres	Prestation	$S_0^{\text{agrégé}}$	$S_1^{\text{agrégé}}$...	$S_N^{\text{agrégé}}$
Provisions techniques	PRC arrêt de travail de début de période	0 €	$PRC AT_1^{\text{agrégée}}$...	$PRC AT_N^{\text{agrégée}}$
	PRC arrêt de travail de fin de période	$PRC AT_1^{\text{agrégée}}$	$PRC AT_2^{\text{agrégée}}$...	0 €
	PRC décès de début de période	0 €	$PRC DC_1^{\text{agrégée}}$...	$PRC DC_N^{\text{agrégée}}$
	PRC décès de fin de période	$PRC DC_1^{\text{agrégée}}$	$PRC DC_2^{\text{agrégée}}$...	0 €
Résultat	Résultat technique	R_0	R_1		R_N

Tableau 53. Compte de résultat agrégé

1.22.1.2 Procédures de mutualisation du compte de résultat agrégé

Cette section détaille la méthode de calcul des PRC en fonction de la procédure de mutualisation retenue. La PRC globale du portefeuille de la période j correspond à la somme de la PRC agrégée de la période j pour le risque arrêt de travail et de la PRC agrégée de la période j pour le risque décès.

Mutualisation globale. Dans ce cas de mutualisation, toutes les provisions se compensent entre elles. Ainsi la PRC du portefeuille de la période j se calcule de la façon suivante :

$$PRC \text{ Portefeuille}^{global} = \max (PRC DC_j^{agrégée} + PRC AT_j^{agrégée}; 0)$$

Mutualisation pour un risque donné, dans ce cas de mutualisation les PRC agrégées de chaque période et de chaque risque sont calculées séparément puis la somme des provisions positives de chaque risque pour chaque période est effectuée. Ainsi, la méthode de calcul de la PRC de chaque risque du portefeuille à la période j est la suivante :

$$PRC DC_j^{agrégée} = \sum_{x=25}^{55} (PRC DC_j^{N,x}) \times \text{fréquence d'individu d'âge } x$$

$$PRC AT_j^{agrégée} = \sum_{x=25}^{55} (PRC AT_j^{N,x}) \times \text{fréquence d'individu d'âge } x$$

Et la PRC du portefeuille de la période j :

$$PRC \text{ Portefeuille}^{agrégée} = \max (PRC DC_j^{agrégée}; 0) + \max (PRC AT_j^{agrégée}; 0)$$

Aucune mutualisation, pour cette mutualisation, le plancher à zéro intervient au niveau de chaque contrat et pour chaque risque.

$$PRC_j^N = \sum_{x=25}^{55} [\max(PRC AT_j^{N,x}; 0) + \max (PRC DC_j^{N,x}; 0)] \times \text{fréquence d'individu d'âge } x$$

$$PRC_j^{agrégée} = \sum_{N=5}^{25} PRC_j^N \times \text{fréquence des prêts de durée } N \text{ année}$$

1.22.1.3 Les paramètres du modèle

Les paramètres pour cette partie sur l'ensemble du portefeuille sont les suivants :

Distribution des âges à la souscription	Données GT 2020
Distribution des durées du prêt	Données GT 2020
Montant de l'emprunt	100 000 €
Méthode de remboursement	Annuité constante
Tarif en pourcentage	Du Capital restant dû
Taux d'emprunt	1 %
Franchise	3 mois
Taux technique	0 %
Table de mortalité pour la tarification	TH 00 - 02
Table de mortalité pour les sinistres	TF 00 - 02
Table de maintien	BCAC 2013
Loi de rachat	Non
Fréquence d'entrée en arrêt de travail pour la tarification	1 % avec croissance
Fréquence d'entrée en arrêt de travail pour la sinistralité	0,8 % avec croissance

Tableau 54. Paramètres pour l'ensemble du portefeuille

1.22.2 Pour la partie décès

Dans cette partie, seul le risque décès est étudié. Les résultats de la partie décès sont présentés avec la mutualisation pour un risque donné.

1.22.2.1 Résultats avec les paramètres de base

Avec les paramètres précédents, les PRC décès sont inférieures à zéro, un plancher est donc appliqué :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PRC décès	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
PRC décès	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €

Tableau 55. PRC décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Le compte de résultat associé est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primes	396 €	368 €	341 €	313 €	285 €	257 €	234 €	212 €	195 €	177 €	160 €	144 €	129 €
Sinistre	- 74 €	- 74 €	- 73 €	- 72 €	- 70 €	- 66 €	- 64 €	- 62 €	- 61 €	- 59 €	- 57 €	- 56 €	- 53 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	321 €	294 €	267 €	241 €	216 €	191 €	170 €	150 €	134 €	118 €	102 €	89 €	75 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Primes	114 €	99 €	84 €	73 €	61 €	50 €	40 €	29 €	23 €	17 €	11 €	5 €	
Sinistre	- 51 €	- 47 €	- 43 €	- 40 €	- 37 €	- 33 €	- 28 €	- 22 €	- 19 €	- 15 €	- 11 €	- 6 €	
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	63 €	52 €	41 €	32 €	24 €	18 €	12 €	7 €	4 €	1 €	0 €	0 €	0 €

Tableau 56. Compte de résultat pour la partie décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Ce compte de résultat permet de mettre en évidence que le résultat technique de chaque période est positif. Cela s'explique par l'absence de frais et la différence entre la sinistralité utilisée pour la tarification et la sinistralité réelle.

1.22.2.2 Changement de sinistralité

Pour cette étude, la tarification est exprimée en pourcentage du capital restant dû. Afin de simuler une baisse de la mortalité, la sinistralité du marché est définie par la TF 00-02 avec un abattement de 20 %.

Le compte de résultat devient :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primes	396 €	368 €	341 €	313 €	285 €	257 €	234 €	212 €	195 €	177 €	160 €	144 €	129 €
Sinistre	- 53 €	- 53 €	- 52 €	- 51 €	- 50 €	- 47 €	- 46 €	- 44 €	- 44 €	- 42 €	- 41 €	- 40 €	- 38 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	343 €	315 €	288 €	262 €	235 €	210 €	188 €	168 €	151 €	135 €	119 €	104 €	91 €

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Primes	114 €	99 €	84 €	73 €	61 €	50 €	40 €	29 €	23 €	17 €	11 €	5 €
Sinistre	- 36 €	- 34 €	- 31 €	- 29 €	- 26 €	- 23 €	- 20 €	- 16 €	- 14 €	- 11 €	- 8 €	- 4 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	78 €	65 €	53 €	44 €	35 €	27 €	20 €	13 €	9 €	6 €	3 €	1 €

Tableau 57. Compte de résultat pour la partie décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une baisse de la sinistralité

Cette baisse de la sinistralité entraîne un résultat technique plus important qu'avec les hypothèses de base. En effet, le montant des primes ne change pas, mais le montant des sinistres diminue avec l'abattement pratiqué sur la table de mortalité.

1.22.1 Pour la partie arrêt de travail

1.22.1.1 Résultats avec les paramètres de base

Les PRC sont les suivantes :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PRC AT	0 €	101 €	179 €	234 €	267 €	281 €	292 €	295 €	300 €	298 €	290 €	279 €	263 €

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
PRC AT	243 €	219 €	192 €	171 €	147 €	122 €	97 €	72 €	57 €	41 €	25 €	11 €

Tableau 58. PRC pour la partie arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Le compte de résultat est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primes	243 €	220 €	196 €	172 €	148 €	124 €	108 €	94 €	84 €	74 €	65 €	57 €	49 €
Sinistres	- 93 €	- 97 €	- 101 €	- 104 €	- 105 €	- 88 €	- 84 €	- 70 €	- 69 €	- 68 €	- 63 €	- 62 €	- 60 €
PRC début de période	0 €	101 €	179 €	234 €	267 €	281 €	292 €	295 €	300 €	298 €	290 €	279 €	263 €
PRC fin de période	101 €	179 €	234 €	267 €	281 €	292 €	295 €	300 €	298 €	290 €	279 €	263 €	243 €
Résultat technique	49 €	45 €	40 €	35 €	30 €	25 €	22 €	19 €	17 €	15 €	13 €	11 €	10 €

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Primes	42 €	34 €	28 €	23 €	19 €	14 €	11 €	7 €	5 €	3 €	2 €	1 €
Sinistres	- 58 €	- 54 €	- 44 €	- 42 €	- 40 €	- 37 €	- 33 €	- 21 €	- 20 €	- 18 €	- 16 €	- 12 €
PRC début de période	243 €	219 €	192 €	171 €	147 €	122 €	97 €	72 €	57 €	41 €	25 €	11 €
PRC fin de période	219 €	192 €	171 €	147 €	122 €	97 €	72 €	57 €	41 €	25 €	11 €	0 €
Résultat technique	8 €	7 €	5 €	5 €	4 €	3 €	2 €	1 €	1 €	1 €	0 €	0 €

Tableau 59. Compte de résultat pour la partie arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Ce compte de résultat technique met en évidence un résultat technique positif pour chaque période. Cela s'explique par la comptabilisation de l'ensemble des PRC et le fait que la table de mortalité et la fréquence d'entrée en arrêt de travail soient plus importantes pour la tarification que pour les sinistres.

1.22.2 Compte de résultat pour les deux garanties

Afin de déterminer le compte de résultat pour les deux garanties, les paramètres suivants ont été implémentés :

Distribution des âges à la souscription	Données GT 2020
Distribution des durées du prêt	Données GT 2020
Montant de l'emprunt	100 000 €
Méthode de remboursement	Annuité constante
Tarif en pourcentage	Du Capital restant dû
Taux d'emprunt	1 %
Franchise	3 mois
Taux technique	0 %
Table de mortalité pour la tarification	TH 00 - 02
Table de mortalité pour les sinistres	TF 00 - 02
Table de maintien	BCAC 2013
Loi de rachat	Non
Fréquence d'entrée en arrêt de travail pour la tarification	1 % avec croissance
Fréquence d'entrée en arrêt de travail pour la sinistralité	0,8 % avec croissance

Tableau 60. Paramètres pour l'ensemble des prêts

L'objectif est de montrer l'impact des différentes procédures de mutualisation des provisions sur le résultat technique d'un assureur pour les deux risques assurés.

1.22.2.1 Rappel des PRC et des comptes de résultat par risque

Cette section rappelle les PRC et le compte de résultat associés à chaque risque. Les PRC négatives sont volontairement précisées puisque l'objectif est de les mutualiser.

1.22.2.1.1 Pour le risque décès

Les PRC pour le risque décès sont les suivantes :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PRC décès	0 €	- 152 €	- 278 €	- 381 €	- 461 €	- 522 €	- 566 €	- 594 €	- 607 €	- 606 €	- 593 €	- 569 €	- 534 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
PRC décès	- 492 €	- 444 €	- 392 €	- 339 €	- 284 €	- 230 €	- 179 €	- 133 €	- 94 €	- 60 €	- 32 €	- 11 €	

Tableau 61. PRC pour la partie décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Le compte de résultat sans la comptabilisation des PRC négatives devient :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primes	396 €	368 €	341 €	313 €	285 €	257 €	234 €	212 €	195 €	177 €	160 €	144 €	129 €
Sinistre	- 74 €	- 74 €	- 73 €	- 72 €	- 70 €	- 66 €	- 64 €	- 62 €	- 61 €	- 59 €	- 57 €	- 56 €	- 53 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	321 €	294 €	267 €	241 €	216 €	191 €	170 €	150 €	134 €	118 €	102 €	89 €	75 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Primes	114 €	99 €	84 €	73 €	61 €	50 €	40 €	29 €	23 €	17 €	11 €	5 €	
Sinistre	- 51 €	- 47 €	- 43 €	- 40 €	- 37 €	- 33 €	- 28 €	- 22 €	- 19 €	- 15 €	- 11 €	- 6 €	
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	
Résultat technique	63 €	52 €	41 €	32 €	24 €	18 €	12 €	7 €	4 €	1 €	0 €	0 €	

Tableau 62. Compte de résultat pour la partie décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû avec une mutualisation pour un risque donné

1.22.2.1.2 Pour le risque arrêt de travail

Les PRC pour le risque arrêt de travail sont les suivantes :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PRC AT	0 €	101 €	179 €	234 €	267 €	281 €	292 €	295 €	300 €	298 €	290 €	279 €	263 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
PRC AT	243 €	219 €	192 €	171 €	147 €	122 €	97 €	72 €	57 €	41 €	25 €	11 €	

Tableau 63. PRC pour la partie arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

Le compte de résultat est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primes	243 €	220 €	196 €	172 €	148 €	124 €	108 €	94 €	84 €	74 €	65 €	57 €	49 €
Sinistres	- 93 €	- 97 €	-101 €	- 104 €	- 105 €	- 88 €	- 84 €	- 70 €	- 69 €	- 68 €	- 63 €	- 62 €	- 60 €
PRC début de période	0 €	101 €	179 €	234 €	267 €	281 €	292 €	295 €	300 €	298 €	290 €	279 €	263 €
PRC fin de période	101 €	179 €	234 €	267 €	281 €	292 €	295 €	300 €	298 €	290 €	279 €	263 €	243 €
Résultat technique	49 €	45 €	40 €	35 €	30 €	25 €	22 €	19 €	17 €	15 €	13 €	11 €	10 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Primes	42 €	34 €	28 €	23 €	19 €	14 €	11 €	7 €	5 €	3 €	2 €	1 €	
Sinistres	- 58 €	- 54 €	- 44 €	- 42 €	- 40 €	- 37 €	- 33 €	- 21 €	- 20 €	- 18 €	- 16 €	- 12 €	
PRC début de période	243 €	219 €	192 €	171 €	147 €	122 €	97 €	72 €	57 €	41 €	25 €	11 €	
PRC fin de période	219 €	192 €	171 €	147 €	122 €	97 €	72 €	57 €	41 €	25 €	11 €	0 €	
Résultat technique	8 €	7 €	5 €	5 €	4 €	3 €	2 €	1 €	1 €	1 €	0 €	0 €	

Tableau 64. Compte de résultat pour la partie arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû

1.22.2.2 La mutualisation globale

Dans le cas d'une procédure de mutualisation globale, les PRC et le compte de résultat évoluent de la façon suivante :

Les PRC deviennent :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PRC décès + AT	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
PRC décès + AT	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	

Tableau 65. PRC pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une mutualisation globale

Le compte de résultat associé est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primes	639 €	588 €	537 €	485 €	434 €	382 €	342 €	306 €	279 €	252 €	225 €	201 €	178 €
Sinistre	- 167 €	- 171 €	- 175 €	- 176 €	- 174 €	- 155 €	- 148 €	- 132 €	- 130 €	- 128 €	- 120 €	- 118 €	- 113 €
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
Résultat technique	472 €	417 €	362 €	309 €	259 €	227 €	195 €	174 €	148 €	124 €	105 €	84 €	65 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Primes	156 €	134 €	113 €	96 €	80 €	65 €	51 €	37 €	29 €	21 €	13 €	6 €	
Sinistre	- 109 €	- 102 €	- 88 €	- 83 €	- 78 €	- 70 €	- 61 €	- 44 €	- 40 €	- 34 €	- 27 €	- 18 €	
PRC début de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	
PRC fin de période	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	
Résultat technique	47 €	32 €	25 €	13 €	3 €	- 5 €	- 11 €	- 7 €	- 11 €	- 13 €	- 14 €	- 12 €	

Tableau 66. Compte de résultat pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une mutualisation globale

1.22.2.3 La mutualisation pour un risque donné

Dans le cadre d'une procédure de mutualisation pour un risque donné, les PRC du risque arrêt de travail se compensent entre elles et les PRC du risque décès se compensent entre elles.

Les PRC deviennent :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PRC DC + AT	0 €	101 €	179 €	234 €	267 €	281 €	292 €	295 €	300 €	298 €	290 €	279 €	263 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
PRC DC + AT	243 €	219 €	192 €	171 €	147 €	122 €	97 €	72 €	57 €	41 €	25 €	11 €	

Tableau 67. PRC pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une mutualisation pour un risque donné

Et le compte de résultat devient :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primes	639 €	588 €	537 €	485 €	434 €	382 €	342 €	306 €	279 €	252 €	225 €	201 €	178 €
Sinistre	- 167 €	- 171 €	- 175 €	- 176 €	- 174 €	- 155 €	- 148 €	- 132 €	- 130 €	- 128 €	- 120 €	- 118 €	- 113 €
PRC début de période	0 €	101 €	179 €	234 €	267 €	281 €	292 €	295 €	300 €	298 €	290 €	279 €	263 €
PRC fin de période	101 €	179 €	234 €	267 €	281 €	292 €	295 €	300 €	298 €	290 €	279 €	263 €	243 €
Résultat technique	371 €	339 €	307 €	276 €	245 €	216 €	191 €	169 €	150 €	132 €	115 €	100 €	85 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
Primes	156 €	134 €	113 €	96 €	80 €	65 €	51 €	37 €	29 €	21 €	13 €	6 €	
Sinistre	- 109 €	- 102 €	- 88 €	- 83 €	- 78 €	- 70 €	- 61 €	- 44 €	- 40 €	- 34 €	- 27 €	- 18 €	
PRC début de période	243 €	219 €	192 €	171 €	147 €	122 €	97 €	72 €	57 €	41 €	25 €	11 €	
PRC fin de période	219 €	192 €	171 €	147 €	122 €	97 €	72 €	57 €	41 €	25 €	11 €	0 €	
Résultat technique	71 €	58 €	47 €	37 €	28 €	20 €	14 €	8 €	5 €	2 €	0 €	0 €	

Tableau 68. Compte de résultat pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une mutualisation pour un risque donné

1.22.2.4 Aucune mutualisation

Dans le cadre d'une procédure de mutualisation par tête, pour chaque individu, pour chaque risque et à chaque période les PRC sont calculées, puis la somme des PRC positives est effectuée.

Pour le risque décès, les provisions sont les suivantes :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PRC décès	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
PRC décès	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	

Tableau 69. PRC pour le risque décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et aucune mutualisation

Pour le risque arrêt de travail, les PRC deviennent :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PRC AT	0 €	96 €	170 €	222 €	254 €	267 €	277 €	280 €	285 €	283 €	275 €	265 €	250 €
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
PRC AT	231 €	208 €	183 €	163 €	140 €	116 €	92 €	69 €	54 €	39 €	24 €	11 €	

Tableau 70. PRC pour le risque arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et aucune mutualisation

Le compte de résultat commun est le suivant :

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Primes	639 €	588 €	537 €	485 €	434 €	382 €	342 €	306 €	279 €	252 €	225 €	201 €	178 €
Sinistre	- 167 €	- 171 €	- 175 €	- 176 €	- 174 €	- 155 €	- 148 €	- 132 €	- 130 €	- 128 €	- 120 €	- 118 €	- 113 €
PRC début de période	0 €	96 €	170 €	222 €	254 €	267 €	277 €	280 €	285 €	283 €	275 €	265 €	250 €
PRC fin de période	96 €	170 €	222 €	254 €	267 €	277 €	280 €	285 €	283 €	275 €	265 €	250 €	231 €
Résultat technique	351 €	323 €	296 €	269 €	243 €	214 €	191 €	168 €	151 €	134 €	117 €	103 €	89 €

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Primes	156 €	134 €	113 €	96 €	80 €	65 €	51 €	37 €	29 €	21 €	13 €	6 €
Sinistre	- 109 €	- 102 €	- 88 €	- 83 €	- 78 €	- 70 €	- 61 €	- 44 €	- 40 €	- 34 €	- 27 €	- 18 €
PRC début de période	231 €	208 €	183 €	163 €	140 €	116 €	92 €	69 €	54 €	39 €	24 €	11 €
PRC fin de période	208 €	183 €	163 €	140 €	116 €	92 €	69 €	54 €	39 €	24 €	11 €	0 €
Résultat technique	76 €	64 €	51 €	42 €	33 €	25 €	19 €	12 €	8 €	5 €	3 €	2 €

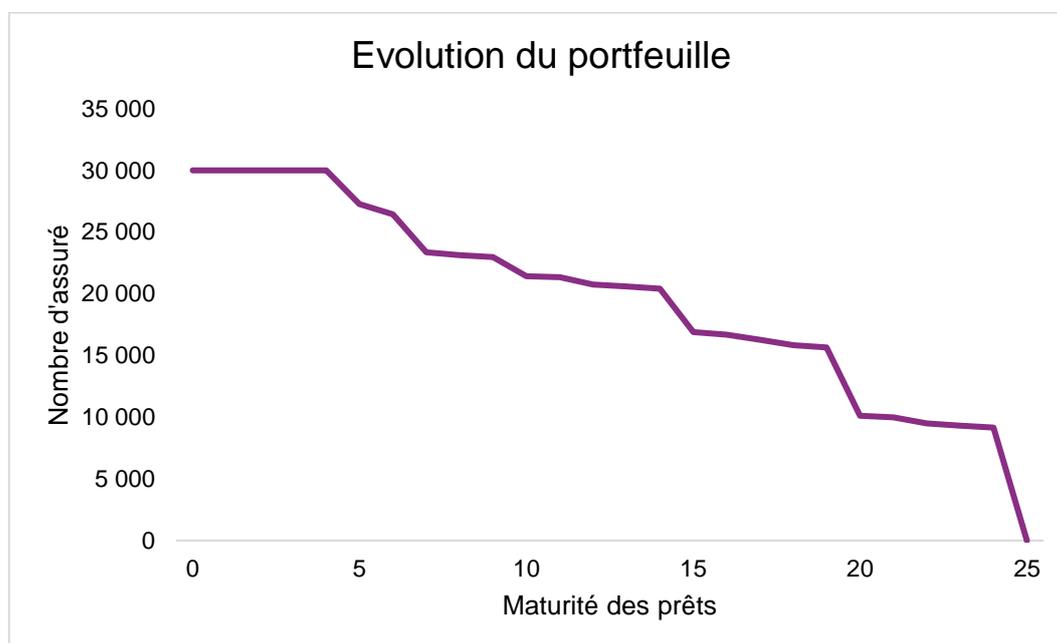
Tableau 71. Compte de résultat pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et aucune mutualisation

Afin d'analyser les comptes de résultat et les PRC en fonction des différentes procédures de mutualisation, des graphiques ont été réalisés.

1.22.2.5 Comparaison entre les procédures de mutualisation

Afin d'illustrer l'impact d'un texte de loi imposant une procédure de mutualisation des PRC sur les résultats d'un organisme d'assurance, les travaux précédents ont été reformulés en considérant les résultats pour un portefeuille de 20 000 assurés, ce qui correspond à un acteur de taille moyenne.

Afin de conserver l'hypothèse d'un portefeuille fermé, la population assurée diminuera avec la maturité des prêts. L'évolution de la population est résumée dans le graphique ci-dessous :



Le graphique ci-dessous représente l'évolution des PRC en fonction de la procédure de mutualisation retenue.

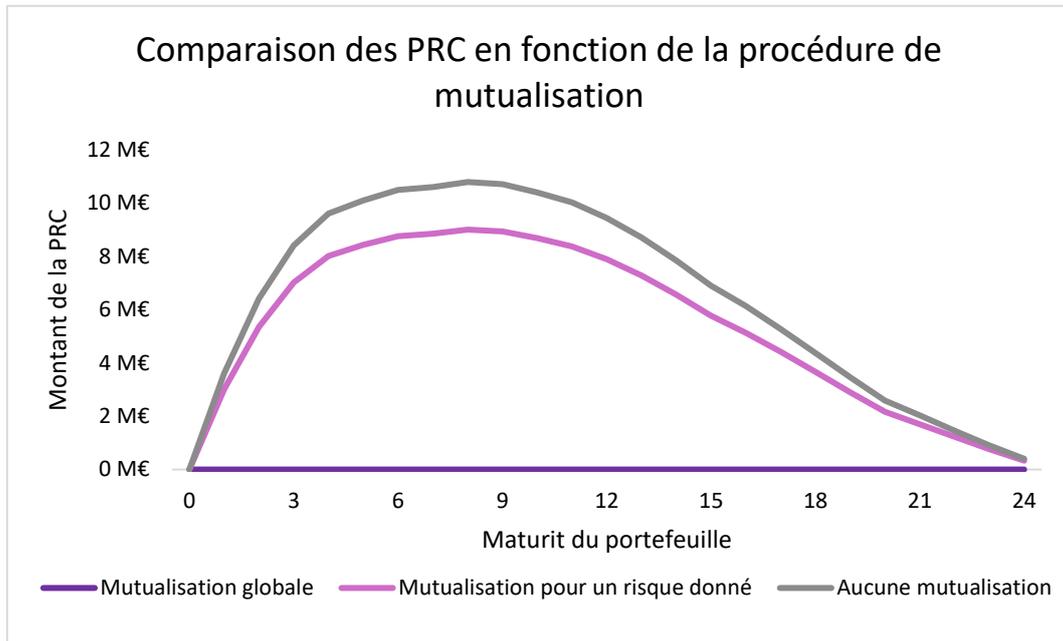


Figure 13. Évolution de la PRC sur l'ensemble du portefeuille pour une tarification en pourcentage du capital restant dû avec comparaison des procédures de mutualisation

Ce graphique permet de tirer les conclusions suivantes : moins il y a de mutualisation plus la PRC est importante. En effet, si un plancher à zéro au niveau tête par tête est effectué, il n'est plus possible de compenser les provisions positives et négatives pour un risque donné ou au global.

Par ailleurs, dans un contexte où un texte de loi imposerait une procédure de mutualisation, les organismes d'assurance qui applique une procédure plus prudente verraient leurs résultats augmenter sur l'année, toutefois cela impliquerait une hausse des impôts et relancerait le débat sur la PB. À l'inverse, les acteurs utilisant une procédure de mutualisation plus poussée verraient leurs résultats diminuer sur l'année pour cause de provisionnement exceptionnel.

Le graphique suivant présente le compte de résultat cumulé en fonction de la procédure de mutualisation retenue.

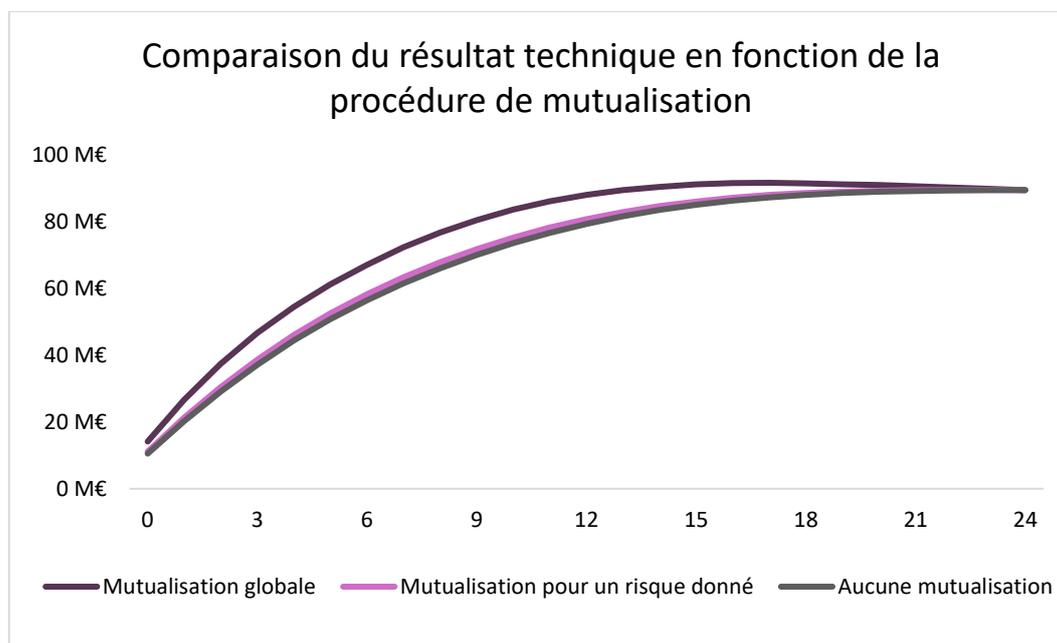


Figure 14. Évolution du résultat technique cumulé sur l'ensemble du portefeuille pour une tarification en pourcentage du capital restant dû avec comparaison des procédures de mutualisation

Ce graphique permet d'effectuer les constats suivants :

- i. Le compte de résultat technique cumulé est à l'opposé des PRC : plus les PRC d'une période sont importantes moins le résultat technique de la période est élevé. En effet, les PRC sont inscrites au passif des organismes d'assurance ce qui contribue négativement au résultat technique. Ainsi plus le niveau de mutualisation est faible moins le résultat technique des périodes est important.
- ii. À la fin de la durée de vie du portefeuille, les résultats techniques cumulés sont égaux pour toutes les procédures de mutualisation. Cela s'explique par l'utilisation des mêmes paramètres pour chaque procédure de mutualisation. La procédure de mutualisation n'impacte donc pas le résultat technique cumulé sur l'ensemble de la durée de vie du portefeuille, mais le résultat technique des différentes périodes.
- iii. La mutualisation globale a un résultat technique négatif sur certaines périodes. Cela s'explique par une trop forte mutualisation : les PRC négatives du risque décès compensent « trop » les PRC du risque arrêt de travail : les PRC de chaque période du portefeuille sont nulles. Les PRC ne jouent donc plus leur rôle de lissage du risque. Cette situation permet de présenter une des limites de la mutualisation : une mutualisation des PRC doit se faire entre risques de niveau homogènes. Autrement dit, il faut que le niveau de risque soit proche pour effectuer une mutualisation raisonnable. Notamment dans notre exemple sur les dernières périodes.
- iv. Comme le montre le tableau suivant, il est également possible de gonfler artificiellement la valeur du portefeuille emprunteur avec la procédure de mutualisation retenue.

Le tableau ci-dessous présente la valorisation du portefeuille à différentes maturités en fonction de la procédure de mutualisation retenue.

La méthode de valorisation retenue est la somme des résultats techniques des trois prochaines périodes avec un taux d'actualisation de 6% ce qui correspond au rendement attendu par l'assureur à chaque période.

Valorisation à la période	Procédure de mutualisation	Valeur du portefeuille
0	Mutualisation globale	35 617 381 €
	Mutualisation pour un risque donnée	28 913 262 €
	Aucune mutualisation	27 354 439 €
5	Mutualisation globale	16 960 432 €
	Mutualisation pour un risque donnée	16 405 868 €
	Aucune mutualisation	16 298 313 €
10	Mutualisation globale	7 238 019 €
	Mutualisation pour un risque donnée	8 543 650 €
	Aucune mutualisation	8 812 245 €

Tableau 72. Comparaison des valorisations

La différence de valorisation du portefeuille entre les procédures de mutualisation peut s'expliquer de la façon suivante : sur les premières périodes des contrats, le fait d'utiliser une procédure de mutualisation moins prudente implique moins de PRC à constituer ce qui permet de dégager un résultat plus important. Mais à terme, les PRC ont un impact positif sur le résultat de l'assureur, puisque leur rôle est de combler l'écart entre la prime et le risque ce qui permet d'expliquer la hausse de la valeur d'un portefeuille avec une procédure de mutualisation plus prudente sur la période où les PRC sont décroissantes.

Ainsi, un choix judicieux de procédure de mutualisation en fonction de la forme des PRC permet d'améliorer la valeur d'un portefeuille.

1.23 Développement

1.23.1 Quels prêts engendrent des PRC

Un des résultats des études est que les prêts de longue durée engendrent plus de PRC. Par ailleurs, les PRC sont positives sur les premières années du contrat jusqu'à leur totale utilisation. Ce qui peut justifier l'emploi de l'expression : « les PRC permettent de lisser dans le temps les résultats techniques de l'assureur ».

1.23.2 Les indicateurs de rentabilités

Le ratio de sinistralité, autrement appelé le S/P est un indicateur de l'efficacité technique d'un assureur. Ce ratio correspond au quotient du montant des sinistres sur le montant des primes. Cela permet donc de vérifier si les primes couvrent les indemnités versées aux assurés. Dans notre cas, le S/P est inférieur à un. Habituellement les S/P sont généralement suivi par génération de contrat.

1.23.3 Ajout de paramètres réels

Les paramètres réels à prendre en compte dans un compte de résultat sont : les frais, les provisions mathématiques, les taxes et les PSAP. L'introduction de ces paramètres viendraient modifier la forme du résultat technique. De plus, l'assureur doit mettre en place un S/P cible et des frais sur la prime pure ce qui doit lui permettre d'atteindre des résultats techniques positifs sur chaque période.

1.24 Synthèse

Il ressort de ce chapitre que les PRC impactent le résultat technique d'un assureur. Les PRC peuvent varier avec les hypothèses de sinistralité et de rachat retenues. Des hypothèses en inadéquation avec la réalité du marché entraînent des impacts sur le compte de résultat comme cela a été constaté en simulant une sinistralité moins élevée que prévu, en intégrant ou non une loi de rachat, impliquant un résultat technique plus ou moins important.

De plus, en fonction de la procédure de mutualisation retenue, la provision pour risques croissants peut varier. En effet si la mutualisation s'effectue au niveau tête par tête, seules les provisions positives de chaque individu sont prises en compte pour le calcul de la PRC finale par conséquent, il n'est plus possible d'effectuer une mutualisation à un niveau plus large : par risque ou au global, ce qui induit un montant de PRC plus important.

Comme cela a été montré dans les études de sensibilité, il est possible d'observer pour un même portefeuille d'assurés des résultats techniques différents en fonction de la procédure de mutualisation retenue. Cependant, étant donné que les paramètres de sinistralité sont les mêmes pour toutes les procédures de mutualisation, le résultat technique cumulé sur la durée de vie du portefeuille est identique quel que soit la procédure de mutualisation retenue. La procédure de mutualisation impacte donc le résultat technique des différentes périodes mais pas le résultat technique cumulé sur la durée de vie du portefeuille. Par ailleurs, une mutualisation doit être effectuée entre des risques homogènes : mutualiser deux risques avec une sinistralité trop éloignée peut engendrer des PRC inadaptées.

L'interprétation du rôle des provisions pour risques croissants est donc la suivante : elles permettent de lisser les résultats dans le temps, en prenant en compte le décalage entre le risque et la prime.

Cependant, la non-comptabilisation des PRC permet à l'assureur de dégager un résultat plus important en début de vie du contrat lui permettant ainsi de se prémunir contre le risque de rachat.

Conclusion générale

Ce mémoire s'est intéressé à la construction d'une méthode de tarification et de provisionnement des PRC d'un contrat emprunteur. Cette méthode permet de calculer le taux de prime pour un contrat et pour chaque période de prêt ainsi que les PRC et les primes en fonction des garanties retenues et de l'expression de la prime. De plus, une distinction entre la garantie pour le risque décès et pour le risque arrêt de travail a été mise en place.

Afin d'obtenir une prime et une PRC pour un portefeuille donné, une méthode d'agrégation des primes et des PRC a été mise en place. L'objectif de cette agrégation est de prendre en compte les paramètres de tarification ainsi que la distribution des âges et des durées de prêt du portefeuille. Cela permet d'obtenir des indicateurs du niveau des PRC et des primes pour un portefeuille emprunteur. Les paramètres implémentés dans les modèles s'appuient sur des données au plus proche de la réalité grâce aux échanges avec le sous-groupe de travail portant sur les provisions pour risques croissants de l'Institut des actuaires.

Fort de cette agrégation, une analyse a été réalisée au niveau du portefeuille sur l'impact de chacun des paramètres sur la PRC et le taux de prime pour l'ensemble du portefeuille. Par ailleurs, une attention a été portée à la procédure de mutualisation permettant de mettre en évidence les disparités de montant de PRC obtenu en fonction de la procédure de mutualisation retenue, pour un portefeuille d'assurés donné.

Dans une dernière partie, les impacts des PRC sur le compte de résultat technique pur ont été analysés. Cette partie a mis en lumière les effets sur le résultat technique des variations de la PRC à la suite d'un changement d'hypothèses de sinistralité, de rachat, de méthode de tarification et procédure de mutualisation. Une des principales conclusions est que pour un même portefeuille d'assurés différentes procédures de mutualisation légalement admises peuvent engendrer un montant de PRC différent, ce qui implique un résultat technique différent. Cependant, à la fin de la durée de vie du portefeuille, le résultat technique cumulé d'un assureur est identique, quelle que soit la procédure de mutualisation retenue. Ce résultat est lié au fait que notre modèle ne prend pas en compte le rachat et que les tables de sinistralité ne changent pas avec les procédures de mutualisation. La différence entre les procédures de mutualisation a donc un impact direct sur le résultat technique de chacune des périodes mais pas sur la durée de vie totale du portefeuille. Cette capacité de modulation du résultat technique comptable sur chacune des périodes par la PRC peut induire des difficultés dans le suivi technique et des difficultés lors de la valorisation de portefeuilles emprunteurs. L'hétérogénéité des méthodes de tarification des contrats emprunteurs, et des procédures de mutualisation des PRC donne pour un même portefeuille des résultats techniques différents à chaque période. Ainsi, il n'est pas possible de comparer la rentabilité des assureurs du marché de l'emprunteur sans prendre en compte les différentes méthodes de tarification et de mutualisation.

Enfin, il est envisageable de penser qu'un organisme d'assurance aurait intérêt à appliquer une mutualisation totale avec comme objectif de maximiser son résultat comptable. Toutefois, une procédure de mutualisation totale peut être plus risquée pour l'assureur. En effet, les provisions peuvent se trouver être insuffisantes notamment dans le cas d'une hausse de la sinistralité. Par ailleurs, les charges des provisions viennent en déduction des résultats techniques et donc du résultat imposable. Le choix de la procédure de mutualisation peut donc avoir des conséquences non négligeables sur le déroulé du résultat des produits emprunteurs et par conséquent sur le déroulé du résultat comptable d'une société d'assurance. Une réflexion peut être étendue sur ce sujet et présente un intérêt actuariel. Enfin, la tendance actuelle à la vue des contrôles de l'ACPR ressort en faveur d'une absence de mutualisation ou d'une mutualisation par risque. Toutefois, cela ne permet pas d'en faire un guide de bonne pratique pour le calcul de PRC.

Ces conclusions permettent de mettre en évidence l'intérêt que peut présenter un guide des bonnes pratiques concernant les méthodes de provisionnement des PRC des contrats emprunteurs. Le groupe de travail piloté par Vincent ROGER sur l'assurance emprunteur semble totalement adéquat pour formuler des propositions pertinentes d'un point de vue actuariel permettant ainsi une meilleure gestion des risques.

Annexe

La TV 88-90 :

TV 88-90	
0	100000
1	99352
2	99294
3	99261
4	99236
5	99214
6	99194
7	99177
8	99161
9	99145
10	99129
11	99112
12	99096
13	99081
14	99062
15	99041
16	99018
17	98989
18	98955
19	98913
20	98869
21	98823
22	98778
23	98734
24	98689
25	98640
26	98590
27	98537
28	98482
29	98428
30	98371
31	98310
32	98247
33	98182
34	98111
35	98031
36	97942
37	97851
38	97753
39	97648
40	97534
41	97413
42	97282
43	97138
44	96981
45	96810
46	96622
47	96424

48	96218
49	95995
50	95752
51	95488
52	95202
53	94892
54	94560
55	94215

Tableau 73. TV 88/90

La TF 00-02 et la TH 00-02 :

Age	TH 00-02
0	100 000
1	99 511
2	99 473
3	99 446
4	99 424
5	99 406
6	99 390
7	99 376
8	99 363
9	99 350
10	99 338
11	99 325
12	99 312
13	99 296
14	99 276
15	99 250
16	99 213
17	99 163
18	99 097
19	99 015
20	98 921
21	98 820
22	98 716
23	98 612
24	98 509
25	98 406
26	98 303
27	98 198
28	98 091
29	97 982
30	97 870
31	97 756
32	97 639
33	97 517
34	97 388
35	97 249
36	97 100
37	96 939
38	96 765
39	96 576
40	96 369

41	96 141
42	95 887
43	95 606
44	95 295
45	94 952
46	94 575
47	94 164
48	93 720
49	93 244
50	92 736
51	92 196
52	91 621
53	91 009
54	90 358
55	89 665
56	88 929
57	88 151
58	87 329
59	86 460
60	85 538
61	84 558
62	83 514
63	82 399
64	81 206
65	79 926
66	78 552
67	77 078
68	75 501
69	73 816
70	72 019
71	70 105
72	68 070
73	65 914
74	63 637
75	61 239
76	58 718
77	56 072
78	53 303
79	50 411
80	47 390
81	44 234
82	40 946
83	37 546
84	34 072
85	30 575
86	27 104
87	23 707
88	20 435
89	17 338
90	14 464
91	11 852
92	9 526
93	7 498

94	5 769
95	4 331
96	3 166
97	2 249
98	1 549
99	1 032
100	663
101	410
102	244
103	139
104	75
105	39
106	19
107	9
108	4
109	2
110	1
111	
112	

Tableau 74. TH 00-02

Age	TF 00-02
0	100 000
1	99 616
2	99 583
3	99 562
4	99 545
5	99 531
6	99 519
7	99 508
8	99 498
9	99 488
10	99 478
11	99 467
12	99 456
13	99 444
14	99 431
15	99 415
16	99 395
17	99 371
18	99 342
19	99 309
20	99 274
21	99 239
22	99 205
23	99 171
24	99 137
25	99 103
26	99 068
27	99 033
28	98 997
29	98 960
30	98 921
31	98 879

32	98 833
33	98 782
34	98 725
35	98 662
36	98 593
37	98 518
38	98 435
39	98 343
40	98 242
41	98 130
42	98 007
43	97 872
44	97 724
45	97 563
46	97 387
47	97 197
48	96 993
49	96 776
50	96 546
51	96 304
52	96 049
53	95 778
54	95 489
55	95 180
56	94 851
57	94 501
58	94 131
59	93 741
60	93 329
61	92 892
62	92 425
63	91 923
64	91 382
65	90 797
66	90 164
67	89 476
68	88 726
69	87 907
70	87 010
71	86 024
72	84 941
73	83 751
74	82 442
75	80 998
76	79 402
77	77 633
78	75 671
79	73 496
80	71 088
81	68 423
82	65 478
83	62 233
84	58 680

85	54 828
86	50 706
87	46 362
88	41 868
89	37 319
90	32 821
91	28 469
92	24 328
93	20 444
94	16 860
95	13 618
96	10 750
97	8 277
98	6 204
99	4 516
100	3 185
101	2 171
102	1 426
103	900
104	544
105	314
106	172
107	89
108	44
109	20
110	9
111	4
112	1

Tableau 75. TH 00-02

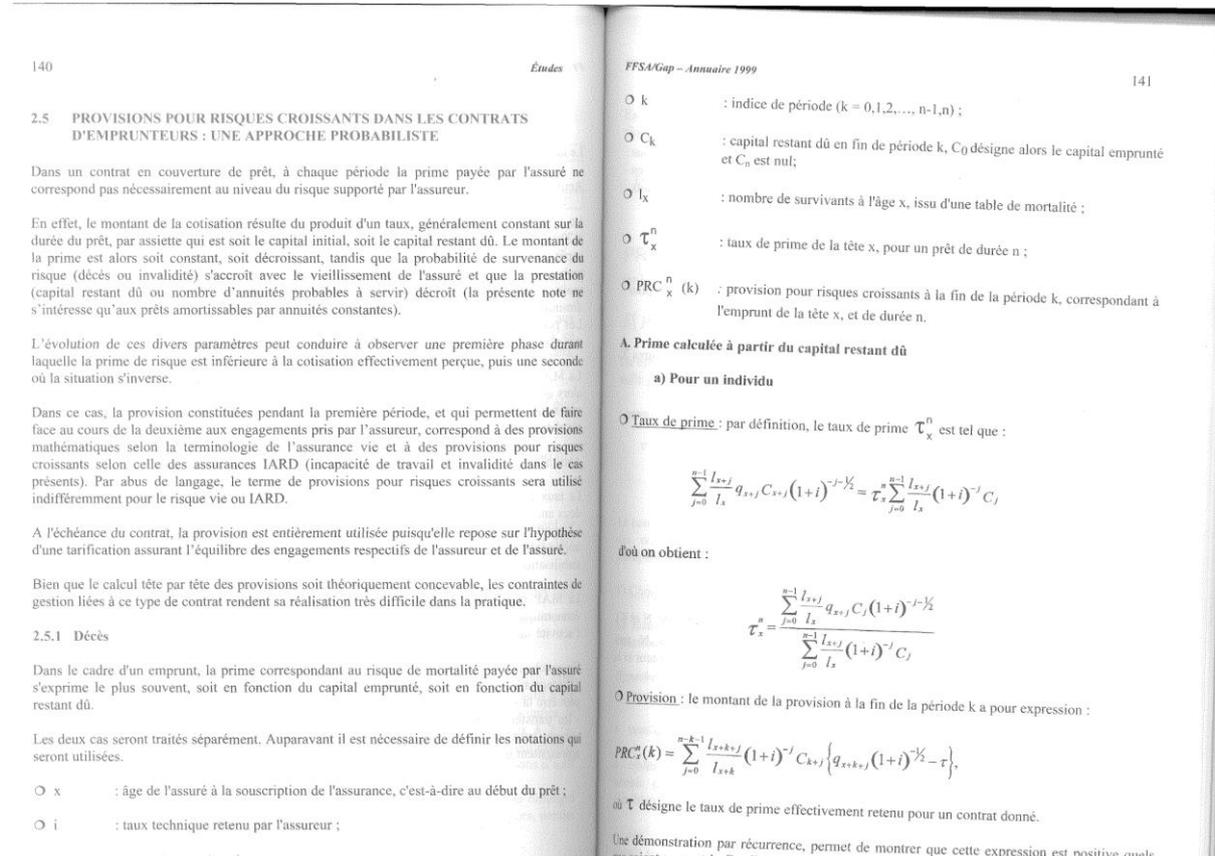
La table mixte : 60 % de la TH et 40 % de la TF.

Âge	Lx
25	99 560
26	99 537
27	99 511
28	99 481
29	99 443
30	99 398
31	99 341
32	99 273
33	99 196
34	99 112
35	99 024
36	98 934
37	98 842
38	98 747
39	98 648
40	98 533
41	98 410
42	98 276

43	98 132
44	97 975
45	97 805
46	97 619
47	97 418
48	97 198
49	96 957
50	96 694
51	96 408
52	96 098
53	95 760
54	95 395
55	95 002
56	94 581
57	94 132
58	93 656
59	93 151
60	92 615
61	92 044
62	91 437
63	90 789
64	90 069
65	89 302
66	88 395
67	87 421
68	86 373
69	85 244
70	84 024
71	82 706
72	81 285
73	79 753
74	78 103
75	76 326
76	74 297
77	72 120
78	69 787
79	67 290
80	64 620
81	61 767

Tableau 76. Table mixte

Etude de 1999 de la FFSA



b) Pour un groupe : approche probabiliste du modèle

Pour un individu donné, les paramètres suivants permettent d'obtenir toutes les informations nécessaires à l'assureur pour déterminer le tarif d'équilibre et le montant des provisions en fin d'exercice : âge de l'emprunteur, durée du prêt, capital emprunté, taux technique, taux d'intérêt du prêt, ...

Pour un groupe d'emprunteurs, il s'agit d'agréger les informations.

○ La méthode la plus simple consiste à utiliser les valeurs moyennes du groupe pour déterminer les provisions: l'âge moyen \bar{x} , la durée moyenne \bar{n} , etc.

○ On peut également considérer les différents paramètres comme des variables aléatoires X , N , K où x , n , k seraient des réalisations de ces variables.

Dans ces conditions, l'expression des provisions $PRC_x^n(k)$ n'est autre que l'espérance conditionnelle de la variable aléatoire $PRC_x^N(K)$:

$$PRC_x^n(k) = E\left(E\left(PRC_x^N(K) / X = x\right) / N = n\right) / K = k.$$

De plus, l'espérance mathématique de $PRC_x^N(K)$ notée $E\left(PRC_x^N(K)\right)$ traduit en un seul terme, l'ensemble de tous les montants individuels.

La loi de probabilité de la variable $PRC_x^N(K)$ s'écrit à l'aide de la loi du triplet (X , N et K). Par souci de simplification, nous supposons que les deux variables X et N sont indépendantes, bien qu'il existe probablement une corrélation entre l'âge de l'emprunteur et la durée du prêt.

En notant p_x , p_n et p_k respectivement les lois de probabilités discrètes de X , N et K , on peut alors écrire :

$$E\left(PRC_x^N(K)\right) = \sum_k \left(\sum_n \left(\sum_x PRC_x^n(k) p_x(x) \right) p_n(n) \right) p_k(k),$$

$PRC_x^N(K)$ comporte le paramètre τ (taux de cotisation) qui est déterminé au préalable par la condition suivante :

$$E\left(PRC_x^N(0)\right) = 0$$

En effet, on impose que le montant de la provision sur l'ensemble du groupe considéré soit nulle pour la période $k=0$, d'où :

$$\tau = \frac{\sum_x \left(\sum_{j=0}^{n-1} \frac{l_{x+j}}{l_x} q_{x+j} C_j (1+i)^{-j-1/2} \right) p_x(x) p_n(n)}{\sum_x \left(\sum_{j=0}^{n-1} \frac{l_{x+j}}{l_x} C_j (1+i)^{-j} p_x(x) \right) p_n(n)}$$

La connaissance des distributions de l'âge (variable X), de la durée (variable N) et de la cadence des nouvelles souscriptions (variable K , qui décrit le volume de chaque génération d'emprunteurs), permet de déterminer le montant des provisions mathématiques.

○ **Choix de paramètres**

Le résultat numérique est bâti à partir d'une hypothèse centrale, complétée par diverses variations provenant de l'utilisation d'autres paramètres que ceux du scénario de base.

Hypothèse centrale :

- taux technique i : il est fixé à 3 % ;
- taux d'intérêt du prêt α : 6 % ;
- tables de mortalité TV 88-90 : bien qu'il s'agisse du risque décès, la table TD 88/90 semble peu adaptée au cas des emprunteurs immobiliers qui présentent une mortalité sensiblement moins élevée que celle de la population générale ;
- âge : les âges pris en compte pour les emprunteurs en début de prêt sont compris entre 25 et 55 ans ;

c) Tests de sensibilité

Dans cette section nous nous proposons de « perturber » le modèle central en remplaçant certaines hypothèses ou en changeant la valeur de certains paramètres. Ceci aura pour effet de mettre en évidence la sensibilité du taux de prime, de la PRC ainsi que du ratio PRC/Primes à la variation des paramètres. Les changements portés au modèle central seront tour à tour : l'utilisation de la table TV 73-77, puis abattement du taux de prime et enfin, modification de la cadence des nouvelles affaires.

Afin de mieux observer l'impact des changements d'hypothèses, l'étude de sensibilité est réalisée sur un portefeuille (fictif) scindé en trois catégories de durée : 2/7 ans, 8/15 ans et 16/20 ans. A l'intérieur de chaque plage de durée, la distribution des prêts est uniforme. Quant à l'âge, sa distribution suit une loi Gamma de moyenne 40 et d'écart type 8.

Hypothèse centrale : TV 88-90 ; taux de prime du tarif d'équilibre ; régime de croisière pour les nouvelles affaires

DUREE	2/7	8/15	16/20
Taux de prime	0,16 %	0,20 %	0,24 %
PRC	21	93	247
PRC / Primes	0,25	0,93	1,84

De manière toute à fait attendue, les résultats de la classe 8/15 ans se rapprochent de ceux de la section précédente où la durée des prêts était comprise entre 7 et 17 ans, pour une moyenne de 12 ans, ce qui correspond à la demi somme entre 8 et 15 (à peu près).

L'utilisation de la TV 73-77 a comme effet immédiat d'augmenter le tarif d'équilibre d'environ 35% par rapport à celui issu de la TV 88-90. En revanche, le rapport PRC/Primes est peu sensible au changement de table car le montant des provisions croît dans les mêmes proportions.

• lois de probabilité : ce sont les paramètres clés de cette étude puisque ces distributions décrivent la structure du groupe assuré. Celles qui sont utilisées dans l'hypothèse centrale ont un caractère très général et n'ont pas vocation à s'adapter à toutes les structures de portefeuille :

- loi de X (âge) : gamma de moyenne 40 et d'écart-type 8. Cette loi est celle qui s'adapte le mieux aux données dont on dispose ;
- loi de N (durée) : normale de moyenne 12 et d'écart-type 3 ;
- loi de K (croissance du contrat) : la cadence des nouvelles affaires a été supposée constante. Le contrat est donc en régime de croisière. La distribution retenue est une loi uniforme : toutes les périodes ont le même poids relatif ;
- capital initial C_0 : 100 000F.

○ Notion de capital restant dû moyen

Le montant des provisions pour risques croissants peut être exprimé en francs mais également en fonction du volume des primes encaissées.

Le capital restant dû moyen, correspondant à l'ensemble du groupe d'emprunteurs, a été calculé à l'aide des paramètres déjà utilisés par ailleurs (taux de prime, provisions).

Si l'on note C_k^n le capital restant relatif à la période k et pour un prêt de durée n, le capital restant dû moyen \bar{C} s'obtient par :

$$\bar{C} = \sum_k \left(\sum_n C_k^n P_N(n) \right) P_K(k)$$

Ainsi, le montant global des cotisations encaissées dans l'année au titre du contrat s'élève à $\tau \cdot \bar{C}$.

○ Résultat sous l'hypothèse centrale

Sous les hypothèses décrites ci-dessus, les calculs aboutissent aux résultats suivants :

- taux de prime : 0,20 %,
- PRC : 110 F (pour 100 000 F. de capital emprunté),
- PRC/cotisations : 1,13

○ Variation des paramètres

A partir du scénario central, il convient maintenant de faire varier les paramètres (un seul à la fois).

B. Contrat à prime constante

Sous les hypothèses retenues précédemment, le montant de la provision afférente à une personne donnée est négative pendant toute la durée de vie du contrat. Ceci est vérifié pour tous les âges et quelle que soit la durée initiale du prêt. La constitution de provisions pour risques croissants n'est donc pas, dans ce cas, nécessaire.

2.5.2 Invalidité

La méthode employée dans ce chapitre est analogue à celle développée en A.b) du 2.5.1. Autrement dit, les différentes variables qui interviennent dans le calcul des PRC (âge, durée du prêt et cadence des nouvelles affaires) sont supposées se comporter selon des lois de probabilités connues.

○ Notations :

Les notations utilisées au chapitre précédent étant reprises ici, on introduit de plus les notations propres à cette section

- I_z^x : désigne la loi de maintien en arrêt de travail pour l'individu d'âge x lors de l'arrêt ;
- τ_{DC} : taux de prime décès ;
- a_n : montant de l'annuité constante correspondant au prêt de durée n ;
- *franch* : franchise exprimée en mois ;
- *freq_t* : fréquence d'entrée en arrêt de travail (notée par la suite AT) au bout de *franch* mois, pour un individu d'âge x ;
- $P_z^1(\text{franch})$: provisions d'incapacité-invalidité pour un individu d'âge z entrant en AT au bout de *franch* mois de franchise et ayant potentiellement t années à passer en état d'invalidité ; pour ne pas alourdir les notations, on l'écrira simplement P_z^1 ;
- *im* : taux technique mensuel .

Variation du taux d'intérêt

TAUX D'INTERET α	TAUX DE PRIME	PRC (en F)	PRC/COTISATIONS
4 %	0,20 %	102	1,10
5 %	0,20 %	106	1,11
6 %	0,20 %	110	1,12
7 %	0,20 %	113	1,13
8 %	0,20 %	117	1,14
9 %	0,20 %	121	1,15
10 %	0,20 %	124	1,16

Variation de la distribution de l'âge des emprunteurs

LOIS DE PROBABILITES	MOYENNE ECART-TYPE	TAUX DE PRIME	PRC	PRC/COTISATIONS
GAMMA	40	0,20 %	110	1,13
	8			
NORMALE	40	0,21 %	112	1,12
	8			
UNIFORME	40	0,22 %	117	1,12
DIRAC	40	0,17 %	97	1,15

Variation de la distribution de la durée des prêts

LOIS DE PROBABILITES	MOYENNE ECART-TYPE	TAUX DE PRIME	PRC	PRC/COTISATIONS
NORMALE	12	0,20 %	110	1,13
	2,9			
GAMMA	12	0,20 %	111	1,14
	2,9			
UNIFORME	12	0,20 %	120	1,20

a) Pour un individu

○ Taux de prime

Le taux de prime τ est tel que :

$$\sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{l_x} (1+i)^{-i} \cdot \text{freq}_{x+i} \left[a_n \cdot P_{x+i}^{n-i} + (\tau_{DC} + \tau) \sum_{u=0}^{12(n-i)-1} C_{12+u}^{12n} \frac{1}{l_{x+i}} \frac{\text{franch}+u}{\text{franch}+u} (1+im)^{-u} \right]$$

$$= \sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{l_x} \frac{x+j}{k} (1+i)^{-j} C$$

C' est une expression qui tient compte de l'exonération des primes décès et invalidité. D'où son expression :

$$\tau = \frac{\sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{l_x} \frac{x+j}{k} (1+i)^{-j} \cdot \text{freq}_{x+j} \left[a_n \cdot P_{x+j}^{n-j} + \frac{\tau_{DC}}{12} \sum_{u=0}^{12(n-j)-1} C_{12+u}^{12n} \frac{1}{l_{x+j}} \frac{\text{franch}+u}{\text{franch}+u} (1+im)^{-u} \right]}{\sum_{j=0}^{n-1} \frac{1}{l_x} \frac{x+j}{k} (1+i)^{-j} \left[C_i^n - \text{freq}_{x+j} \sum_{u=0}^{12(n-j)-1} C_{12+u}^{12n} \frac{1}{l_{x+j}} \frac{\text{franch}+u}{\text{franch}+u} (1+im)^{-u} \right]}$$

○ Provision

Le montant des provisions s'écrit :

$$\text{PRC}_x^n(k) = \sum_{j=0}^{n-k-1} \frac{1}{l_{x+k}} \frac{x+k+j}{k} (1+i)^{-j} \cdot \text{freq}_{x+k+j} \cdot \left[a_n \cdot P_{x+k+j}^{n-k-j} + (\tau_{DC} + \tau) \sum_{u=0}^{12(n-k-j)-1} C_{12+u}^{12n} \frac{1}{l_{x+k+j}} \frac{\text{franch}+u}{\text{franch}+u} (1+im)^{-u} \right]$$

$$- \tau \sum_{j=0}^{n-k-1} \frac{1}{l_{x+k}} \frac{x+k+j}{k} (1+i)^{-j} C^n$$

Conclusion

Loin d'avoir exploré toutes les pistes possibles, cette étude propose une approche globale des provisions pour risques croissants en faisant intervenir des modèles probabilistes. Cette approche permet de prendre en compte l'ensemble des variables intervenant dans les calculs (âge, durée,...) sans les réduire à des paramètres fixes. Bien évidemment, il est important de connaître la distribution de ces variables. Toutefois, les études de sensibilité ébauchées ici et qui sont certainement à approfondir, semblent indiquer que le ratio provisions/primes est relativement peu perturbé par les changements de distribution ou de certains paramètres.

b) Pour un groupe : approche probabiliste

Comme précédemment (cf. A.b) du 2.5.1) le montant de la provisions pour risques croissants s'écrit :

$$E(\text{PRC}_x^n(K)) = \sum_k \left(\sum_n \left(\sum_x \text{PRC}_x^n(k) P_x(x) \right) P_n(n) \right) P_K(k)$$

le taux de prime τ figurant dans l'expression de $\text{PRC}_x^n(k)$ est déterminé au préalable par la condition suivante :

$$E(\text{PRC}_x^n(0)) = 0$$

○ Choix des paramètres

Les paramètres retenus dans cette section, à l'exception du taux technique, sont ceux de la section relative au décès (lois de probabilité de l'âge, de la durée, de la cadence des nouvelles affaires, table de mortalité, taux d'escompte).

Les lois de maintien utilisées sont issues de l'arrêté du 28 mars 1996, le taux technique est fixé à 3,5% et la franchise du contrat est de trois mois. Enfin, les fréquences d'entrée à trois mois varient suivant l'âge, et ont comme moyenne (pondérée par la loi Gamma (m=40, $\sigma=8$)) 1%.

○ Résultats

- Fréquences d'entrée (à 3 mois) : 1 %

	EXONERATION DES PRIMES	NON EXONERATION DES PRIMES
Taux de prime	0,37 %	0,36 %
PRC	119	123
PRC / cotisations	0,67	0,70

- Fréquence d'entrée (à 3 mois) : 1,5 %

	EXONERATION DES PRIMES	NON EXONERATION DES PRIMES
Taux de prime	0,56 %	0,55 %
PRC	177	123
PRC / cotisations	0,67	0,70

Comme pour le risque décès, si le taux de prime et le montant des provisions sont évidemment très sensibles aux fréquences d'entrée dans le risque, le ratio provisions/primes

2.6 L'AVENIR DES RETRAITES EN FRANCE : UNE PREMIÈRE ANALYSE DU RAPPORT CHARPIN

La question de l'avenir de nos systèmes de retraites est une préoccupation majeure de nos concitoyens.

M. Jean-Michel Charpin, Commissaire au plan, a été chargé par le Premier ministre d'élaborer « un diagnostic aussi partagé que possible par les différents partenaires sociaux et les gestionnaires des différents régimes ».

Son rapport est loin d'être un aboutissement ; il permet simplement de poser un diagnostic, le plus clair possible, de la situation de l'ensemble des régimes de retraites. Il servira de base pour les débats à venir sur cet épineux problème.

Nul doute que ces débats seront houleux, mais les solutions au problème des retraites ne pourront être trouvées qu'au travers un consensus entre les différents partenaires sociaux. Car au-delà du débat sur les retraites, se pose un problème de société.

Le système français, construit sur la répartition, est un élément essentiel de la cohésion sociale. C'est un élément de solidarité entre les générations et au sein de chaque génération. Ce système est un lien social indispensable, qui a permis d'améliorer de façon considérable le sort des retraités ces 20 dernières années. Aussi, le nouveau défi posé à la société française est de sauver ce système de retraite par répartition en l'adaptant aux nouvelles données démographiques, économiques et sociales.

La synthèse de ce rapport remis fin avril 1999 au Premier ministre, est la suivante.

2.6.1 Notre système de retraite va devoir s'adapter à une nouvelle donne démographique

L'allongement de l'espérance de vie, une réussite du point de vue humain dont on ne peut que se réjouir, pose un certain nombre de problèmes économiques et sociaux.

En effet, l'allongement de l'espérance de vie provoque et provoquera un accroissement du nombre de retraités. De plus, à partir de 2006 et jusqu'en 2035 environ, l'arrivée à la retraite des générations plus nombreuses issues du « baby boom » amplifiera ce phénomène. Le nombre de nouveaux retraités, actuellement de 110 000 personnes par an, passera à 250 000 en 2006. Ces deux éléments, augmentés d'une fécondité trop faible, constituent le principal problème à traiter.

Bibliographie

Lien internet

[1]

[https://www.lavieimmo.com/divers-immobilier/pres-de-9-francais-sur-10-jugent-important-d-etre-propretaire-de-leur-logement-46782.html#:~:text=\(BFM%20Immo\)%20%2D%20Les%20Fran%C3%A7ais,estim%C3%A9%20que%20c'est%20prioritaire.](https://www.lavieimmo.com/divers-immobilier/pres-de-9-francais-sur-10-jugent-important-d-etre-propretaire-de-leur-logement-46782.html#:~:text=(BFM%20Immo)%20%2D%20Les%20Fran%C3%A7ais,estim%C3%A9%20que%20c'est%20prioritaire.)

[3]

<https://www.meilleurtaux.com/assurance-de-pre/le-guide-de-l-assurance-de-pre/taux-assurance-pre-immobilier.html>

[4]

<https://www.ffa-assurance.fr/etudes-et-chiffres-cles/les-contrats-assurance-emprunteur-en-2017>

[5]

<https://www.legifrance.gouv.fr/affichCodeArticle.do?idArticle=LEGIARTI000006811988&cidTexte=LEGI TEXT000006073984&dateTexte=20020405>

Mémoire d'actuaire

Auer E. 2007 Modélisation d'un contrat emprunteur : Impacts & Résultats, mémoire d'actuaire

Babin S. 2016 Tarification en assurance emprunteur : création de tables de mortalité d'expérience après segmentation d'un portefeuille de prêts personnels par scoring

Note de l'institut des actuaires

http://www.therond.fr/wp-content/uploads/presentations/seminar/110915_ConsoSante.pdf

Autres études institutionnelles

<https://www.banque-france.fr/statistiques/taux-et-cours/les-indices-obligataires>

<http://www.igf.finances.gouv.fr/files/live/sites/igf/files/contributed/IGF%20internet/2.RapportsPublics/2013/2013-M-086.pdf>

Table des figures

<i>Figure 1. Distribution des âges à la souscription pour le modèle de 1999.....</i>	<i>37</i>
<i>Figure 2. Distribution des durées initiales des prêts pour le modèle de 1999.....</i>	<i>38</i>
<i>Figure 3. Fréquence d'entrée en arrêt de travail.....</i>	<i>41</i>
<i>Figure 5. Comparaison des probabilités de décès entre le modèle de 1999 et celui de 2020.....</i>	<i>46</i>
<i>Figure 6. Comparaison des PRC décès avec une tarification en pourcentage du capital restant dû entre le modèle de 1999 et celui de 2020 pour le risque décès en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>48</i>
<i>Figure 7. Comparaison des primes sur capital restant dû entre le modèle de 1999 et celui de 2020 pour le risque décès en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>49</i>
<i>Figure 8. Comparaison des probabilités de décès entre le modèle de 1999 et celui de 2020.....</i>	<i>53</i>
<i>Figure 9. Comparaison des PRC arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû en fonction des modèles de 1999 et 2020.....</i>	<i>56</i>
<i>Figure 10. Comparaison des primes du risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû en fonction des modèles de 1999 et 2020.....</i>	<i>56</i>
<i>Figure 11. Comparaison de l'évolution du résultat technique cumulé avec et sans PRC avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>66</i>
<i>Figure 12. Évolution de la PRC sur une tête pour une tarification en pourcentage du capital restant dû avec comparaison des procédures de mutualisation sur une tête.....</i>	<i>69</i>
<i>Figure 13. Évolution du résultat technique sur une tête pour une tarification en pourcentage du capital restant dû avec comparaison des procédures de mutualisation sur une tête.....</i>	<i>70</i>
<i>Figure 14. Évolution de la PRC sur l'ensemble du portefeuille pour une tarification en pourcentage du capital restant dû avec comparaison des procédures de mutualisation.....</i>	<i>80</i>
<i>Figure 15. Évolution du résultat technique cumulé sur l'ensemble du portefeuille pour une tarification en pourcentage du capital restant dû avec comparaison des procédures de mutualisation.....</i>	<i>81</i>

Table des tableaux

<i>Tableau 1. Exemple de tableau d'amortissement</i>	13
<i>Tableau 2. Vecteur des fréquences des âges à la souscription</i>	28
<i>Tableau 3. Matrice des engagements des assurés du portefeuille.....</i>	29
<i>Tableau 4. Vecteur des fréquences des durées initiales de prêt</i>	29
<i>Tableau 5. Distribution des âges à la souscription pour le modèle de 1999</i>	36
<i>Tableau 6. Distribution des durées initiales des prêts pour le modèle de 1999</i>	38
<i>Tableau 7. Loi de rachat des prêts en 2020.....</i>	39
<i>Tableau 8. Fréquences d'entrée en arrêt de travail supérieure à 3 mois par âge.....</i>	40
<i>Tableau 9. Paramètres des prêts.....</i>	41
<i>Tableau 10. Résultats de l'étude de 1999 pour le risque décès</i>	44
<i>Tableau 11. Résultats obtenus pour le modèle de 2020 pour le risque décès.....</i>	44
<i>Tableau 12. Liste des paramètres pour les études de sensibilité pour le risque décès.....</i>	44
<i>Tableau 13. Sensibilité de la PRC et du taux de prime au taux d'intérêt et au taux d'actualisation pour le risque décès et tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	44
<i>Tableau 14. Sensibilité de la PRC et du taux de prime à la distribution des âges et des durées de prêt pour le risque décès et tarification en pourcentage du capital restant dû</i>	45
<i>Tableau 15. Sensibilité de la PRC et du taux de prime à la table de mortalité pour le risque décès et tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	45
<i>Tableau 16. Liste des paramètres pour le modèle de 2020</i>	46
<i>Tableau 17. Sensibilité de la PRC et du taux de prime aux paramètres de 2020 pour le risque décès et tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	46
<i>Tableau 18. Sensibilité de la PRC aux procédures de mutualisation sur le modèle de 2020 et tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	47
<i>Tableau 19. Paramètres du prêt sur une tête pour le risque décès.....</i>	47
<i>Tableau 20. Résultat de l'étude de 1999 pour le risque arrêt de travail.....</i>	50
<i>Tableau 21. Résultats obtenus pour le modèle de 1999 pour le risque arrêt de travail.....</i>	51
<i>Tableau 22. Liste des paramètres pour les études de sensibilité du risque arrêt de travail.....</i>	51
<i>Tableau 23. Sensibilité du taux de prime et de la PRC au taux d'entrée en arrêt de travail pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû</i>	52
<i>Tableau 24. Sensibilité de la PRC et du taux de prime aux nouveaux paramètres pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	53
<i>Tableau 25. Paramètres de tarifications pour le modèle de 2020 du risque arrêt de travail.....</i>	54
<i>Tableau 26. Sensibilité de la PRC et du taux de prime aux données de 2020 pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	54
<i>Tableau 27. Sensibilité de la PRC et du taux de prime à la hausse des âges limites pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	54
<i>Tableau 28. Sensibilité de la PRC à la mutualisation retenue pour le risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	55
<i>Tableau 29. Sensibilité de la PRC et du taux de prime à la méthode de tarification pour le risque arrêt de travail sur le modèle de 2020.....</i>	55
<i>Tableau 30. Liste des paramètres pour un prêt sur une tête.....</i>	55
<i>Tableau 31. Modèle de compte de résultat technique pur pour une tête</i>	60
<i>Tableau 32. Liste des paramètres pour les prêts sur une tête.....</i>	62
<i>Tableau 33. Tableau d'amortissement pour un assuré de 40 ans souscrivant un prêt de 10 ans avec le modèle de 2020.....</i>	62
<i>Tableau 34. PRC du risque décès avec les paramètres de base sur une tête et tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	63
<i>Tableau 35. Compte de résultat technique du risque décès avec les paramètres de base sur une tête et tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	63
<i>Tableau 36. Impact de la baisse de la sinistralité sur le compte de résultat technique sur une tête et tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	63

<i>Tableau 37. Compte de résultat avec loi de rachat sur le marché pour le risque décès sur une tête et tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>64</i>
<i>Tableau 38. Compte de résultat avec loi de rachat non prise en compte pour le risque décès et une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>64</i>
<i>Tableau 39. Paramètres pour le risque arrêt de travail</i>	<i>65</i>
<i>Tableau 40. PRC du risque arrêt de travail avec les paramètres de base sur une tête et une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>65</i>
<i>Tableau 41. Compte de résultat pour le risque arrêt de travail avec les paramètres de base sur une tête et une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>65</i>
<i>Tableau 42. Compté de résultat pour le risque arrêt de travail sans comptabilisation de la PRC et une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>65</i>
<i>Tableau 43. Compte de résultat du risque arrêt de travail avec une baisse de la sinistralité et une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>66</i>
<i>Tableau 44. Paramètres pour la tarification individuelle.....</i>	<i>67</i>
<i>Tableau 45. PRC du risque décès avec une tarification sur capital restant dû sur une tête</i>	<i>67</i>
<i>Tableau 46. Compte de résultat du risque décès avec tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête.....</i>	<i>67</i>
<i>Tableau 47. PRC du risque arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête.....</i>	<i>68</i>
<i>Tableau 48. Compte de résultat du risque arrêt de travail avec tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête.....</i>	<i>68</i>
<i>Tableau 49. PRC décès et arrêt de travail avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et aucune mutualisation</i>	<i>68</i>
<i>Tableau 50. Compte de résultat pour le risque arrêt de travail et le risque décès avec aucune mutualisation et une tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête.....</i>	<i>68</i>
<i>Tableau 51. PRC décès et arrêt de travail issues d'une tarification en pourcentage du capital restant dû avec une mutualisation globale.....</i>	<i>68</i>
<i>Tableau 52. Compte de résultat pour le risque décès et le risque arrêt de travail avec une mutualisation globale et une tarification en pourcentage du capital restant dû sur une tête</i>	<i>69</i>
<i>Tableau 53. Compte de résultat agrégé.....</i>	<i>72</i>
<i>Tableau 54. Paramètres pour l'ensemble du portefeuille</i>	<i>73</i>
<i>Tableau 55. PRC décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>74</i>
<i>Tableau 56. Compte de résultat pour la partie décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>74</i>
<i>Tableau 57. Compte de résultat pour la partie décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une baisse de la sinistralité.....</i>	<i>75</i>
<i>Tableau 58. PRC pour la partie arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>75</i>
<i>Tableau 59. Compte de résultat pour la partie arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>75</i>
<i>Tableau 60. Paramètres pour l'ensemble des prêts</i>	<i>76</i>
<i>Tableau 61. PRC pour la partie décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>76</i>
<i>Tableau 62. Compte de résultat pour la partie décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû avec une mutualisation pour un risque donné.....</i>	<i>76</i>
<i>Tableau 63. PRC pour la partie arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>77</i>
<i>Tableau 64. Compte de résultat pour la partie arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû.....</i>	<i>77</i>
<i>Tableau 65. PRC pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une mutualisation globale.....</i>	<i>77</i>
<i>Tableau 66. Compte de résultat pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une mutualisation globale.....</i>	<i>77</i>

<i>Tableau 67. PRC pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une mutualisation pour un risque donné</i>	78
<i>Tableau 68. Compte de résultat pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et une mutualisation pour un risque donné</i>	78
<i>Tableau 69. PRC pour le risque décès pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et aucune mutualisation</i>	78
<i>Tableau 70. PRC pour le risque arrêt de travail pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et aucune mutualisation</i>	78
<i>Tableau 71. Compte de résultat pour l'ensemble du portefeuille avec une tarification en pourcentage du capital restant dû et aucune mutualisation</i>	79
<i>Tableau 72. Comparaison des valorisations</i>	82
<i>Tableau 73. TV 88/90</i>	88
<i>Tableau 74. TH 00-02</i>	90
<i>Tableau 75. TH 00-02</i>	92
<i>Tableau 76. Table mixte</i>	93